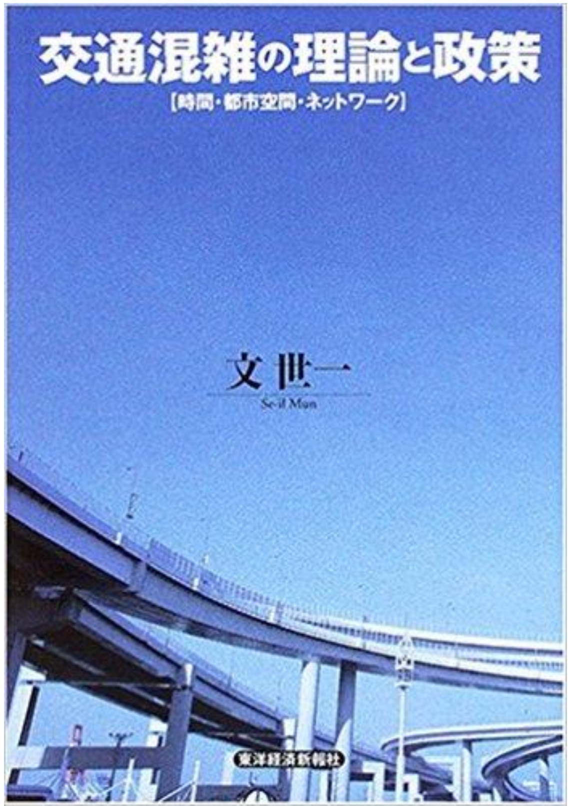
第12回　基礎ゼミ

混雑課金とネットワークモデル

M1　小川晃平

本日の内容

交通混雑の理論と政策 [時間･都市空間･ネットワーク] 文世一（著）



第1章 序論 交通混雑の経済分析 スライドp3～p21

<u>交通混雑を経済の視点からどのように考えるのか</u>

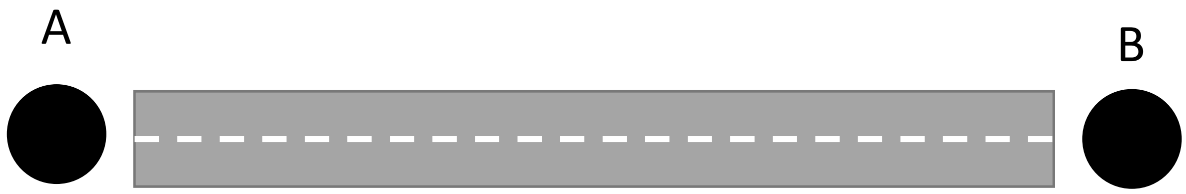
第7章 交通量配分と次善の混雑料金 スライドp22～p37

<u>混雑料金がネットワークにおける</u>
<u>交通量配分に及ぼす効果</u>

交通混雑の基本モデル

□ 混雑する交通システムの均衡と最適

起点から終点まで均一な道路（交通容量一定）



この道路を利用してトリップを行うための費用

⇒金銭的費用（燃料費，道路料金）＋時間費用（トリップ所要時間を金銭換算したもの）

↓

「一般化交通費用」

交通混雑の原因

- 交通容量よりも大きな交通量が流入することによる速度の低下

＊混雑による経済損失の大部分は所要時間の増大による損失

交通混雑の基本モデル

個人はトリップの私的限界費用が私的トリップ費用を上回る限りトリップを行う
⇒均衡が達成されるときの交通量は次式を満たす

$P(Q) = C(Q, W)$・・・(1)

＊個人の自由な選択により
実現する均衡の条件

Q:交通量

W:交通容量

Q^e:均衡交通量

図で決定される交通量は
社会的に望ましい水準なのか？

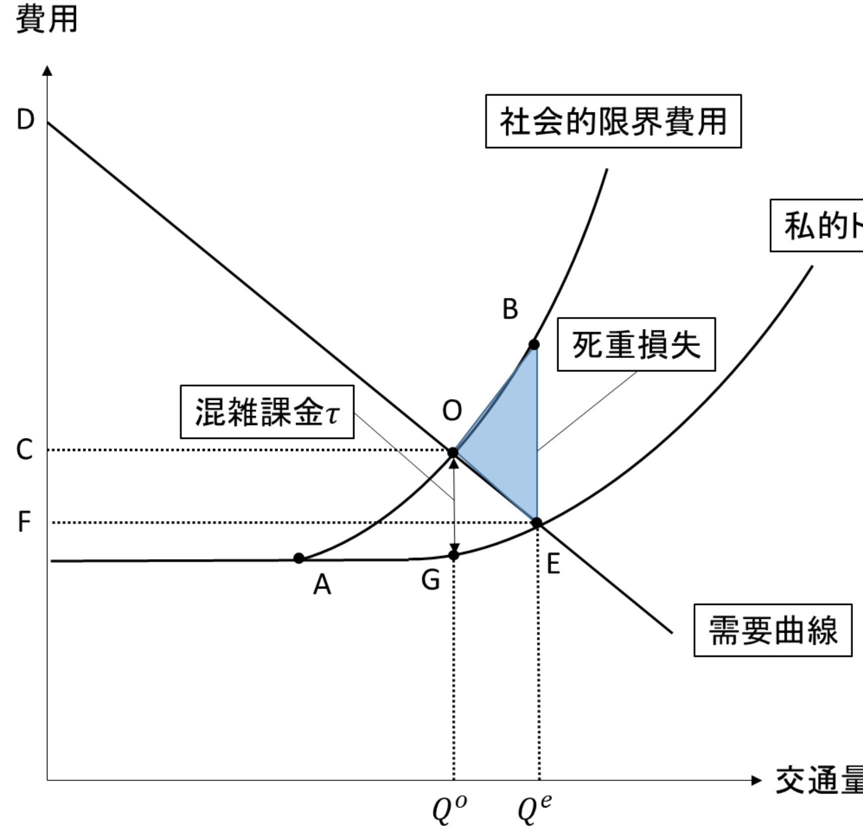


図1　混雑する交通システムの均衡と最適

交通混雑の基本モデル

◆社会にとって最適な交通量を求める

社会的余剰 ・・・ $\max_{Q} \int_0^Q \underline{P(q)dq} - \underline{C(Q,W)Q}$

トリップを行うことによる総便益

社会的総トリップ費用
（1人当たりのトリップ費用×トリップ数）

トリップ数Qに関する最適条件より

$P(Q) = \underline{C(Q,W) + C_Q Q}$・・・(2)

社会的限界費用
（交通量が僅かに増加したときの
社会的総トリップの増分）

社会的限界便益と社会的限界費用が等しいときの交通量
⇒社会的に効率的な道路利用が実現する

交通混雑の基本モデル

条件式(1)と(2)の比較

$$P(Q) = C(Q, W)$$

$$P(Q) = C(Q, W) + \boxed{C_Q Q}$$

C_Q:交通量が僅かに増加したときの個人のトリップ費用の増加

Q:交通量（＝道路利用者数）

１台の交通量増加は他の利用者のトリップ費用を少しだけ増加させる
$C_Q Q$はその増加を全ての利用者について集計したもの

混雑の外部効果

個人が道路利用を選択することが混雑の“加害者”になることを意味する

交通混雑の基本モデル

$C_Q > 0$

社会的限界費用は私的トリップ費用よりも大きく
両者の差は交通量の増加に伴い拡大する

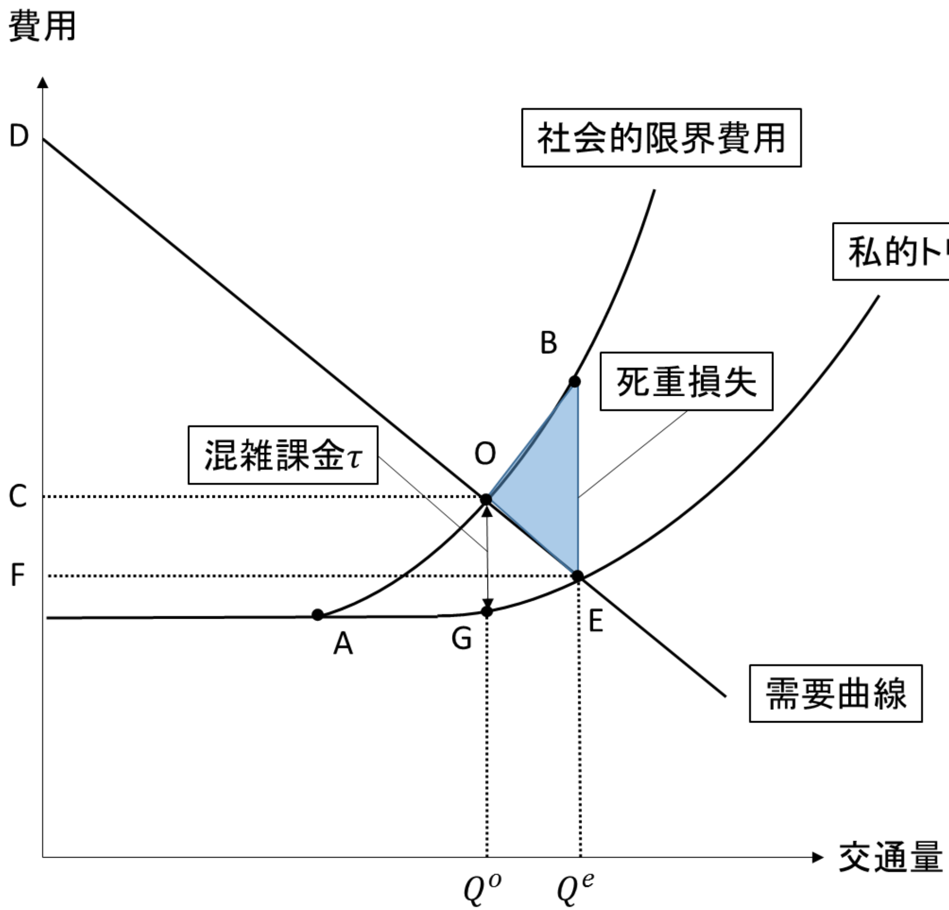


図1　混雑する交通システムの均衡と最適

Q^o:社会的に効率的なトリップ数

$$Q^o < Q^e$$

個人が自由にトリップの意思決定を行う場合，交通量は過大となり混雑による経済損失が生じる

交通混雑の基本モデル

混雑による経済損失とは？

過大な交通量Q^eのために社会的に効率的な交通量Q^oよりも
低い水準の社会的余剰しか達成できないこと

「交通量がQ^oのときの社会的余剰」ー「交通量がQ^eのときの社会的余剰」

$$\left[\int_0^{Q^o} P(q)dq - C(Q^o, W)Q^0\right] - \left[\int_0^{Q^e} P(q)dq - C(Q^e, W)Q^e\right]$$

$$= \int_{Q^o}^{Q^e} \left(C(q, W) + C_q q - P(q)\right) dq$$

図1中の影をつけている面積と等しく，死重損失とよばれる

交通混雑の基本モデル

□ 混雑料金

混雑による損失の原因

個人は道路の混雑状況を考慮してトリップを行うかを決定する
しかし，そのときに他の利用者に与える効果を考えないため
私的トリップ費用と社会的限界費用との乖離が生じる
その際，個人の選ぶトリップ数が過大になることが原因

混雑料金の徴収

図1中における社会的限界曲線と私的トリップ曲線の差を
混雑料金として設定する

道路利用者が被る費用が社会的限界費用と等しくなるので
私的動機に基づく均衡解としてとして効率的な交通量Q^oが実現する

交通混雑の基本モデル

2通りの需要曲線の下での均衡解と最適解を示す

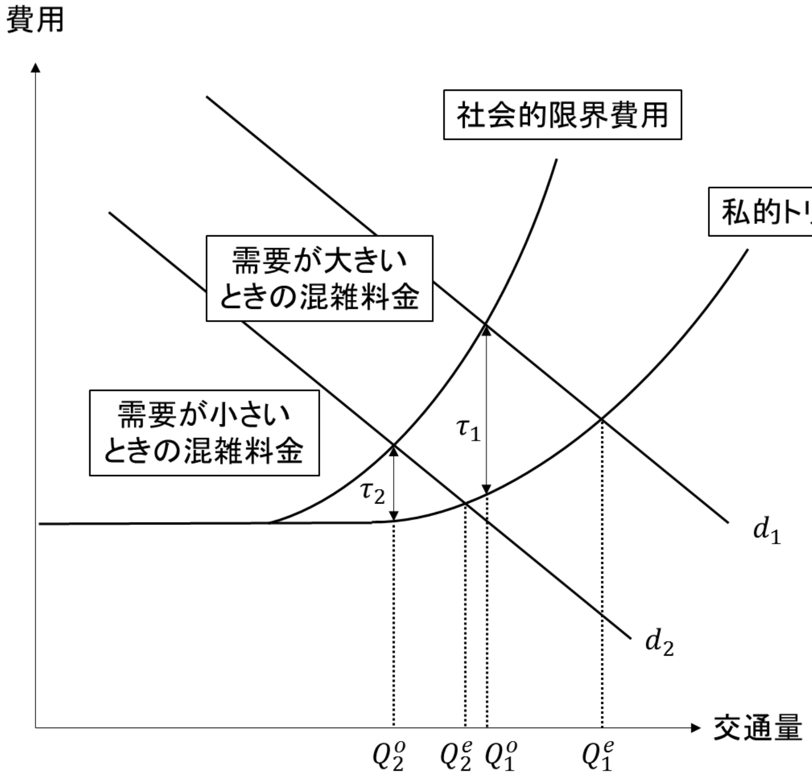


図2　需要水準と混雑料金

需要水準が高い場合(d_1)では
需要曲線と私的トリップ費用が交わる
ときの交通量がd_2よりも大きい

$$Q_2^e < Q_1^e$$

よって均衡時のトリップ費用は
d_1の方が高い

混雑課金は需要水準が
高いほど高額になる

$$\tau_2 < \tau_1$$

交通混雑の基本モデル

2通りの交通容量に対する均衡解と最適解を示す

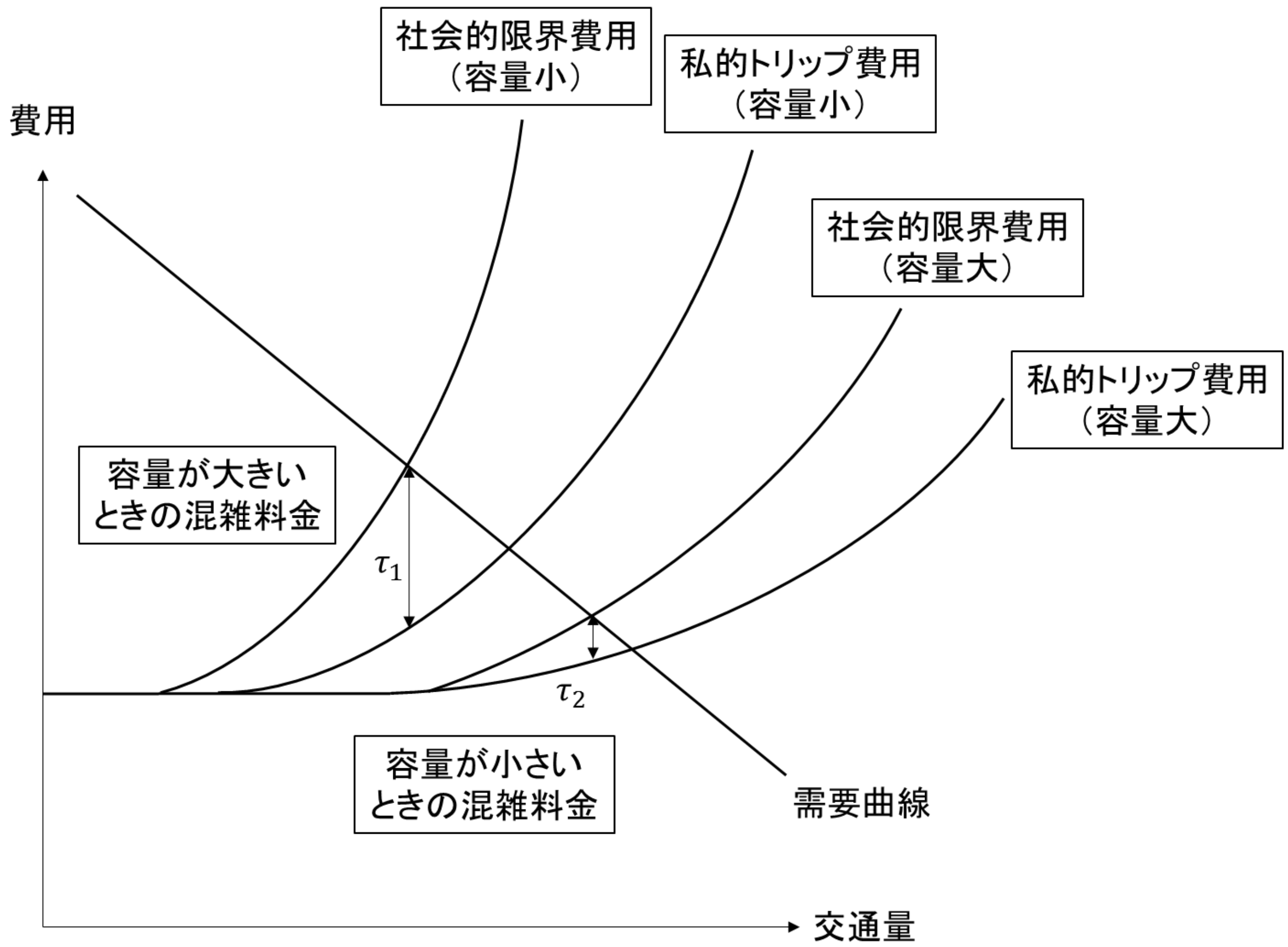


図3　交通容量と混雑料金

交通混雑の基本モデル

図3について

- 交通容量は道路の幅や線形に依存
- 交通容量の大小は自由走行時の費用に影響しないと仮定

交通容量の小さい道路
　早い段階で混雑が生じるため均衡におけるトリップ数が高く，混雑料金も高くなる
↓
需要水準が高い場合，道路の交通容量が小さい場合
　混雑の外部費用が大きくなるため，より高額な混雑料金が課される

▼道路利用者の視点

	混雑料金なし	混雑料金あり
消費者余剰	⊿DEF（図1中）	⊿DOC（図1中）

混雑料金により交通混雑は減少するが，金銭的負担が大きくなるため厚生が低下
⇒混雑料金の導入を阻む最大の原因

交通混雑の基本モデル

▼社会の視点

混雑料金は消費者余剰の減少分を上回る料金収入を生む
⇒全体としては経済厚生が改善される

＊以上の議論は短期における結果

＊長期においては，料金収入を有効に用いることで，利用者の厚生を図る

混雑の経済理論の展開

□ 交通容量の拡大

混雑問題に対する対策・・・交通容量の拡大（道路線形の改良，道路の拡幅）

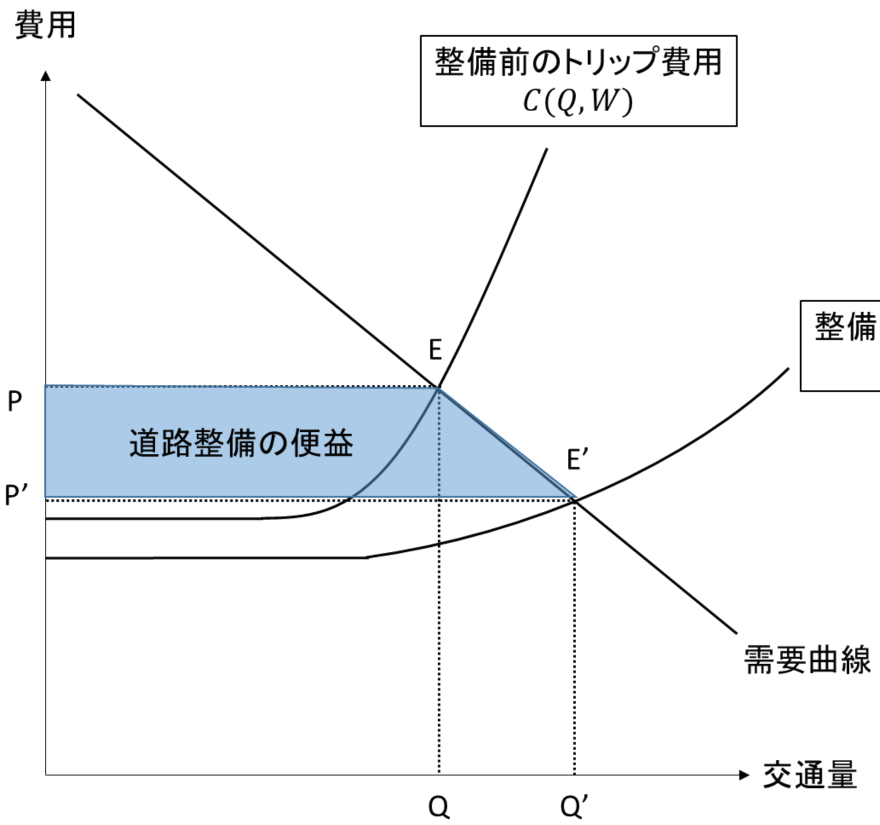


図4　交通容量拡大の効果

交通容量がWからW'へと増加する

↓

均衡点がEからE'に変化

↓

トリップ費用は減少するが
交通量QからQ'に増加

∵他の道路を利用していた人が
流入してきたため

混雑の経済理論の展開

◆費用便益基準について

社会的便益＝整備後の社会的余剰 － 整備前の社会的余剰

社会的余剰・・・ $\int_0^Q P(q)dq - C(Q,W)Q$

社会的便益（$W \rightarrow W'$）は図4中の$PEE'P'$で囲まれる面積
⇒費用便益基準を満たすための条件

社会的余剰増加>道路整備費用

混雑の経済理論の展開

需要の弾力性が高い場合・・・

単なる道路整備は混雑緩和に有効ではない

＊対象の価格の変化によって需要がどの程度変化するかを示すもの

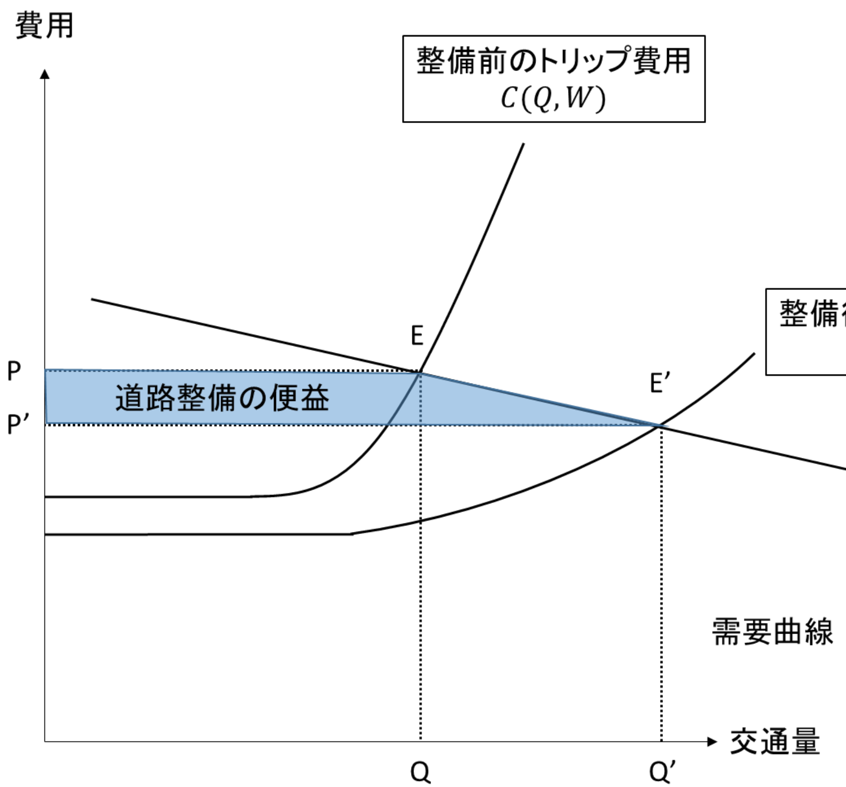


図5　交通容量拡大が有効でないケース

需要の弾力性が高い

↓

需要曲線が水平に近い

↓

道路整備による効果が
交通量増加により相殺

混雑料金などの対策なしの道路整備は
財源を他から徴収する必要があるため
最終的な負担は消費者となる

混雑の経済理論の展開

混雑料金と道路整備の複合政策
⇒混雑料金で得た料金を用いて道路整備を実施する

$$\max_{Q,W} \int_0^Q P(q)dq - C(Q,W)Q - \rho W$$

先述した目的関数に交通容量Wを持つ交通施設を整備するために要する費用ρWを加えたもの

トリップ数に関する最適条件	交通容量に関する最適条件
$P(Q) = C(Q,W) + C_Q Q$	$-C_W Q - \rho = 0$

$C_W Q$：交通容量が増大したときの総トリップ費用の減少分

ρ：交通容量を1単位増やすための費用

⇒社会的純便益が増大する限り道路容量を拡大すべきである

混雑の経済理論の展開

◆混雑料金の収入と最適な容量を整備する費用との関係

トリップ費用関数$C(Q,W)$がゼロ次同次だと仮定
⇒規模の経済が存在せず，トリップ費用は混雑率の関数$C(Q/W\ ,1)$で表される

＊交通容量，トリップ数を定数倍してもトリップ費用は不変

ex）片側2車線道路を4車線道路に拡幅，倍の交通量が流れたとする
このとき拡幅前後の走行速度はほぼ同じ

同次関数に関するオイラーの定理より

$$C_Q Q + C_W W = 0$$

$$C_Q Q^2 - \rho W = 0$$

1台当たりの混雑料金は$C_Q Q$なので
左辺第1項は混雑料金の総収入
左辺第2項は交通施設整備費用

∴最適な混雑料金を課すとき，その料金収入は整備費用をちょうどカバーする

混雑の経済理論の展開

料金収入を用いて道路整備を実施すると，
混雑料金の導入による利用者の厚生の減少が緩和される
↓
混雑料金を導入しない場合と比べて，
長期的には個人の便益は増加する
（最適な料金でなくとも）

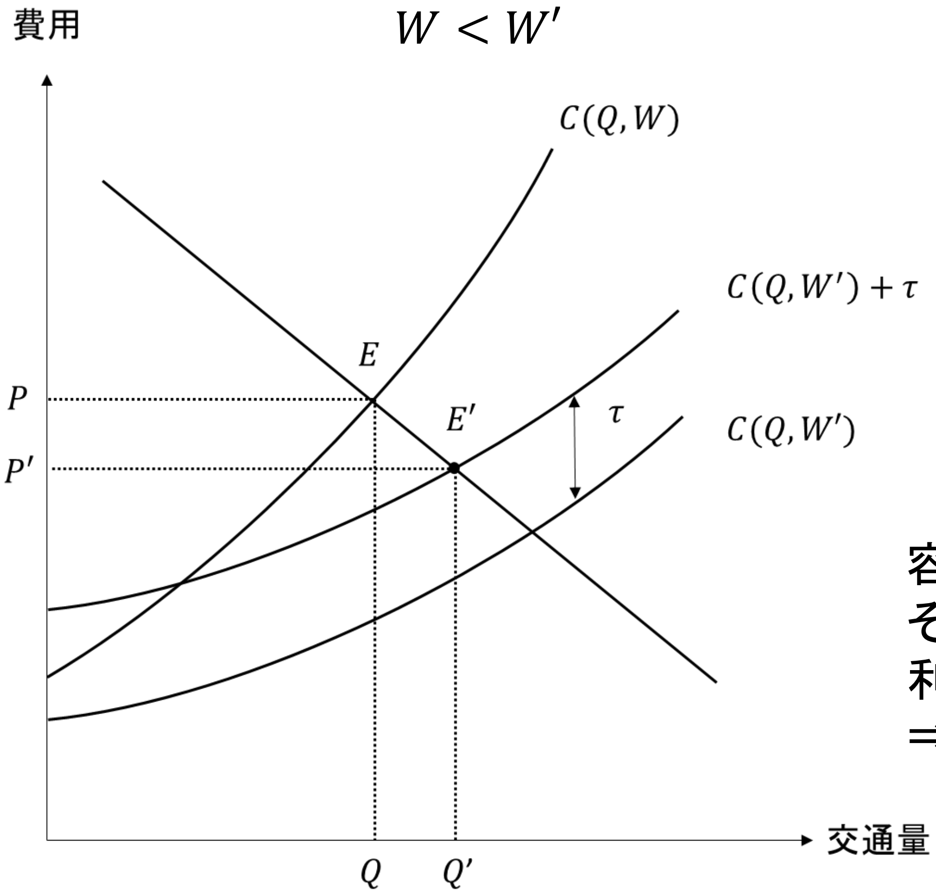
- 道路料金がτに等しく，得られる料金収入を全額整備費用に支出する場合

$\tau Q = \rho W$・・・(3)

均衡条件式

$P(Q) = C(Q, W) + \tau$・・・(4)

混雑の経済理論の展開



当初は料金徴収なし，均衡点E

↓

容量増加により走行費用曲線は下にシフト
料金が加わるため均衡点はE′に移る

容量増加による費用の下方シフトが十分大きく
そのために要する料金水準が十分小さいとき
利用者の厚生は増加する
⇒道路容量への投資が効果的

図6　料金収入を用いた道路容量拡大の効果

混雑の経済理論の展開

(3)式を(4)式に代入しτを消去し，両辺をWで微分

$$\frac{dQ}{dW} = -\frac{-C_W Q - \rho}{(P_Q Q - C_Q Q + \tau)}$$

分子により符号が決まる

交通容量拡大による社会的純便益

よほどのことがない限り「負」

$* P_Q = \frac{\partial P(Q)}{\partial Q}$:逆需要関数の傾き

容量拡大が費用便益基準を満たすとき

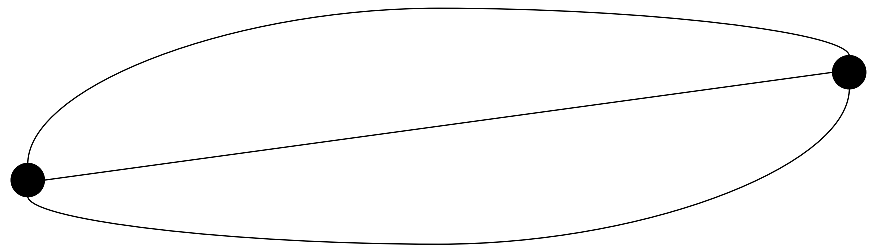
$$\frac{dQ}{dW} > 0$$

道路利用に対して過度に高くない料金を徴収，その収入で実施される容量増加が費用便益基準を満たす
⇒利用者の厚生は増加する

モデル

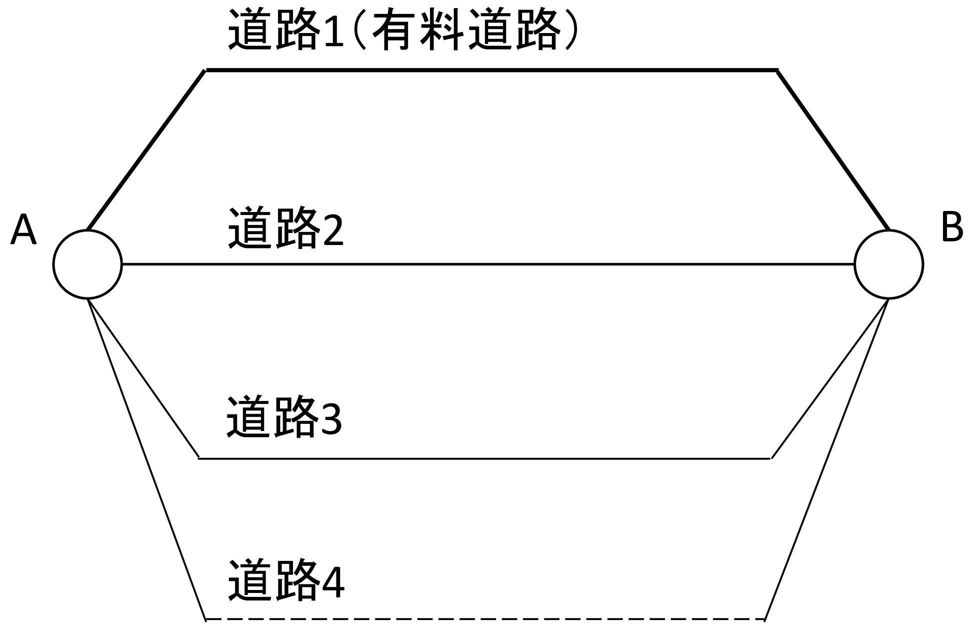
今までは単一で均質な道路区間を対象としていたが，
実際は道路ごとに異なる水準を持つ

実用的な混雑料金の検討には，実際の交通状況が利用者の選択行動に与える影響を考慮し，どの道路にいくらの料金を徴収すべきかを計算する必要がある



2地点を結ぶ道路が複数存在する状況で，一部の道路でのみ料金を徴収
⇒このような次善最適料金がドライバーの経路選択や混雑に
　及ぼす影響について分析

モデル



前提条件

有料道路：1本
一般街路：$I-1$本
AからBへの交通需要：N
交通手段：自動車

- ドライバーはI本の道路のうちいずれかを利用して目的地へ向かう
- トリップに要する費用は一般化費用（時間費用＋道路料金）
- 所要時間は通過交通量の関数　$t_i(q_i)$
- ドライバーはトリップ費用が最小の経路を選択
- 均衡に達したとき，利用される道路のトリップ費用はすべて等しい

モデル

□ 無料金均衡

すべての道路で料金が徴収されない場合，各ドライバーは時間費用のみを考慮

均衡条件

$$if \quad q_i > 0, \qquad c_i(q_i) = C^*$$

$$if \quad q_i = 0, \qquad c_i(q_i) > C^*$$

$$\sum_{i=0}^{I} q_i = N$$

C^* : 均衡時の各経路の時間費用

q_i : 経路iを利用する交通量

α :ドライバーの時間価値

ここで

$$c_i(q_i) = \alpha t_i(q_i)$$

モデル

□ 最適な交通量配分

→ N台の車両がAからBまで走行するのに要する総費用を最小化するように各道路の交通量を決定すること

目的関数

$$\min_{q_i} \sum_{i=1}^{I} c_i(q_i) q_i$$

制約条件

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{I} q_i = N \\ q_i \geq 0, \qquad i = 1,2 \dots, I \end{cases}$$

最適条件

$$q_i > 0, \qquad c_i(q_i) + c_i'(q_i) q_i = C^o$$

$$q_i = 0, \qquad c_i(q_i) + c_i'(q_i) q_i > C^o$$

$$\sum_{i=1}^{I} q_i = N$$

C^oは$\sum_{i=1}^{I} q_i = N$に関するラグランジュ乗数

モデル

$c_i'(q_i)q_i$
⇒その道路を利用する1台の車が，
　同じ道路を走行するすべての車に及ぼす外部効果

無料金の場合では．．．
　各ドライバーは外部効果を認識せずに経路選択を行うため，
　効率的な交通量配分が達成されない

達成するためには．．．
　すべての道路で外部効果に等しい額の料金を徴収すればよい

しかし

すべての道路に料金所を設置し，料金を徴収することは困難
且つ社会的に受容されにくい

モデル

- 有料道路料金による次善の交通量配分

  → 最適とはいかないまでも次善の交通量配分の達成を目指す
  有料道路以外の道路では利用者均衡が達成されていると仮定

目的関数

$$\min_{q_i, C^{**}} \sum_{i=1}^{I} c_i(q_i) q_i$$

C^{**}:有料道路以外の道路の走行費用(利用者均衡時)

制約条件

$$\begin{cases} \boxed{q_i(c_i(q_i) - C^{**}) = 0, \qquad i = 2,3,\ldots,I} \\ \boxed{c_i(q_i) \geq C^{**}, \qquad i = 2,3,\ldots,I} \\ \sum_{i=1}^{I} q_i = N \\ q_i \geq 0, \qquad i = 1,2\ldots,I \end{cases}$$

制約を付加したために最善の交通量配分よりもいくらか劣った解しか得られない
⇒「次善」の交通量配分

モデル

最適化の1階の条件

$$c_1(q_1) + c_1'(q_1)c_1 - \lambda + \eta_1 = 0$$ ・・・(a)

$$c_1(q_1) + c_1'(q_1)c_1 - \lambda + \rho_i\{c_i(q_i) - C^{**} + c_i'(q_i)q_i\} + \mu_i c_i'(q_i) + \eta_i = 0$$ ・・・(b)

$$i = 2,3,\ldots,I$$

$$\sum_{i=2}^{I}(\mu_i + \rho_i q_i) = 0\,, \qquad i = 1,2,\ldots,I$$ ・・・(c)

$\lambda, \rho_i, \mu_i, \eta_i$:各制約条件に関するラグランジュ関数

$$if\ q_1 > 0, \qquad c_1(q_1) + c_1'(q_1)q_1 - \sum_{i=2}^{I} r_i c_i'(q_i)q_i = C^{**}$$ ・・・(d-1)

$$if\ q_1 = 0, \qquad c_1(q_1) + c_1'(q_1)q_1 - \sum_{i=2}^{I} r_i c_i'(q_i)q_i > C^{**}$$ ・・・(d-2)

$$if\ q_i > 0, \quad c_i(q_i) = C^{**} \qquad i = 2,3,\ldots,I$$ ・・・(e-1)

$$if\ q_i = 0, \quad c_i(q_i) > C^{**} \qquad i = 2,3,\ldots,I$$ ・・・(e-2)

モデル

(d)式
左辺第２項は有料道路における１台の追加的利用によって生じる混雑の外部効果
左辺第３項は他のすべての道路に関する外部効果の重み付き平均

$$\text{重み}\quad r_i = \frac{1/c_i'(q_i)}{\sum_{k=2}^{I} 1/c_k'(q_k)}$$

～次善の交通量配分を達成するための料金を導くには～

有料道路でτ_1に等しい料金が課されているときに利用者均衡となる条件

$\sum_{i=1}^{I} q_i = N$	$q_i \geq 0$ $i = 1,2 \ldots, I$	$q_i(c_i(q_i) - C^{**}) = 0$ $i = 2,3, \ldots, I$	$c_i(q_i) \geq C^{**}$ $i = 2,3, \ldots, I$

$q_1(c_1(q_1) + \tau_1 - C^{**}) = 0$ ・・・(f-1)

$c_1(q_1) + \tau_1 \geq C^{**}$ ・・・(f-2)

モデル

式(e)を式(f)に対応させることで，次善の料金を導出する

$$\tau_1^{**} = c_1'(q_1)q_1 - \sum_{i=2}^{I} r_i c_i'(q_i)q_i \cdots \text{(g)}$$

次善最適料金は混雑の外部効果よりも低く設定される

＊利用可能な経路が2本のみの場合では「最善」と同じ結果となる

最適条件を利用者均衡の条件に対応させて解釈することで料金システムを算出

＊上記の方法には料金が計画変数として含まれていない

モデル

- 料金を含めた利用者均衡の条件

1. $\sum_{i=1}^{I} q_i = N$

2. $q_i \geq 0, \qquad i = 1,2\ldots,I$

3. $q_i(c_i(q_i) - C^{**}) = 0, \qquad i = 2,3,\ldots,I$

4. $c_i(q_i) \geq C^{**}, \qquad i = 2,3,\ldots,I$

5. $q_1(c_1(q_1) + \tau_1 - C^{**}) = 0$

6. $c_1(q_1) + \tau_1 \geq C^{**}$

これらからなる方程式体系

↓

解はτ_1に依存するため

$q_i(\tau_1)$

総トリップ費用最小問題

$$\min_{\tau_1} \sum_{i=1}^{I} c_i(q_i(\tau_1))q_i(\tau_1)$$

最適条件の変形から

$$\underbrace{(c_1' q_1 - \tau_1)\frac{dq_1}{d\tau_1}}_{\text{有料道路における死重損失の変化}} + \underbrace{\sum_{i=2}^{I} c_i' q_i \frac{dq_i}{d\tau_1}}_{\text{他の道路における死重損失の変化}} = 0 \quad \cdots\text{(h)}$$

モデル

$$\sum_{i=1}^{I} q_i = N$$

$$q_i(c_i(q_i) - C^{**}) = 0, \qquad i = 2,3, \dots, I$$

$$c_i(q_i) \geq C^{**}, \qquad i = 2,3, \dots, I$$

$$q_1(c_1(q_1) + \tau_1 - C^{**}) = 0$$

$$c_1(q_1) + \tau_1 \geq C^{**}$$

全微分して整理

$$\frac{dq_1}{d\tau_1} = -\frac{1}{c_1'} \frac{\sum_{k=2}^{I} \frac{1}{c_k'}}{c_1' \sum_{k=1}^{I} \frac{1}{c_k'}} < 0$$

$$\frac{dq_i}{d\tau_1} = -\frac{1}{c_1'}\frac{1}{c_1'}\frac{1}{\sum_{k=1}^{I} \frac{1}{c_k'}} > 0, \quad (i = 2,3, \dots, I)$$

この結果を式(h)に適用してτ_1について解くと式(g)と同様の結果が得られる

また式(h)について，
「有料道路における死重損失の変化」は正
「他の道路における死重損失の変化」は負となる

⇒有料道路における料金上昇は，
　有料道路の死重損失（↓），その他の道路の死重損失（↑）

ドライバーの異質性を考慮したモデル

ここまでの分析

すべてのドライバーが均一で，同一の時間価値を持つと仮定

↕

ドライバーによって旅行時間に対する評価価値が異なる

これからの分析

自動車の性能や1台の流入による混雑効果は
ドライバーのタイプに関わりなく同一だと仮定

ドライバーの異質性が交通量配分や混雑料金にどう影響するか

ドライバーの異質性を考慮したモデル

□ 無料金均衡

各ドライバーの自由な経路選択の結果，達成される均衡条件

$$if \quad q_{ij} > 0, \qquad c_{ij}(Q_i) = C_j^*, \qquad j = 1,2,\ldots,J \quad i = 1,2,\ldots,I$$

$$if \quad q_{ij} = 0, \qquad c_{ij}(Q_i) > C_j^*, \qquad j = 1,2,\ldots,J \quad i = 1,2,\ldots,I$$

$$\sum_{j=1}^{I} q_{ij} = Q_i \quad i = 1,2,\ldots,I$$

$$\sum_{i=1}^{I} q_{ij} = N_j \quad j = 1,2,\ldots,J$$

ここで

$$c_{ij}(Q_i) = \alpha_j t_i(Q_i)$$

q_{ij}:道路iを利用するタイプjの道路利用者の総数

Q_i : 道路iを利用する総交通量

$c_{ij}(Q_i)$: タイプjのドライバーの道路iの走行費用

α_j : タイプjのドライバーの時間価値

C_j^* : 均衡時にタイプjのドライバー間で等しくなる走行費用

ドライバーの異質性を考慮したモデル

□ 最適な交通量配分

複数タイプのドライバーが存在する場合の最適な交通配分

目的関数

$$\min_{q_{ij}} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} c_{ij}(Q_i) q_{ij}$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{I} q_{ij} = Q_i \quad i = 1,2, \dots, I \qquad q_{ij} > 0$$

$$\sum_{i=1}^{I} q_{ij} = N_j \quad j = 1,2, \dots, J$$

最適条件

$$if \quad q_{ij} > 0, \qquad c_{ij}(Q_i) + \sum_{j=1}^{J} c'_{ij}(Q_i) q_{ij} = C_j^o$$

$$if \quad q_{ij} = 0, \qquad c_{ij}(Q_i) + \sum_{j=1}^{J} c'_{ij}(Q_i) q_{ij} > C_j^o$$

すべての道路に徴収することで
最適な交通量配分が達成される

ドライバーの異質性を考慮したモデル

□ 有料道路料金による次善の交通量配分

有料道路の通行にのみ料金を徴収する場合

目的関数

$$\min_{q_{ij}, C_j^{**}} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} c_{ij}(Q_i) q_{ij}$$

制約条件

$$q_{ij}\left(c_{ij}(Q_i) - C_j^{**}\right) = 0 \quad i = 2,3, \dots, I$$

$$c_{ij}(Q_i) \geq C_j^{**} \quad i = 2,3, \dots, I$$

最適条件

$$c_{1j}(Q_1) + \sum_{j=1}^{J} c'_{1j}(Q_1)\, q_{1j} - \lambda_j + \eta_{1j} = 0$$

$$c_{ij}(q_i) + \sum_{j=1}^{J} c'_{ij}(Q_i)\, q_{ij} + \rho_{ij}\{c_{ij}(Q_i) - C_j^{**}\} + \sum_{j=1}^{J} \rho_{ij} c'_{ij}(Q_i) q_{ij} + \sum_{i=2}^{J} \mu_{ij} c'_{ij}(Q_i) - \lambda_j + \eta_{ij} = 0$$

$$i = 2,3, \dots, I$$

$$\sum_{i=2}^{I} (\mu_{ij} + \rho_{ij} q_{ij}) = 0$$

$\lambda_j, \rho_{ij}, \mu_{ij}, \eta_{ij}$:各制約条件に関するラグランジュ乗数

ドライバーの異質性を考慮したモデル

$$if \quad q_{1j} > 0, \qquad c_{1j}(Q_1) + \sum_{j=1}^{J} c'_{1j}(Q_i) q_{1j} - \sum_{i=2}^{I} r_i \sum_{j=1}^{J} c'_{ij}(Q_i) q_{ij} = C_j^{**}$$

$$if \quad q_{1j} = 0, \qquad c_{1j}(Q_1) + \sum_{j=1}^{J} c'_{1j}(Q_i) q_{1j} - \sum_{i=2}^{I} r_i \sum_{j=1}^{J} c'_{ij}(Q_i) q_{ij} > C_j^{**}$$

$$if \quad q_{1j} > 0, \qquad c_{ij}(Q_i) = C_j^{**}, \qquad i = 2,3, \dots, I$$

$$if \quad q_{1j} = 0, \qquad c_{ij}(Q_i) = C_j^{**}, \qquad i = 2,3, \dots, I$$

ここで

重み：$r_i = \dfrac{\dfrac{1}{t'_k(Q_k)}}{\sum_{k=2}^{I} \dfrac{1}{t'_k(Q_k)}}$

有料道路で徴収することで事前の交通量配分が達成

料金はドライバーに依存しない

⇒個々のドライバーの時間価値を知る必要がない