基礎ゼミ第11回後半
需要変動型UE

福田研M1 河井智弘

Introduction

▼需要変動型利用者均衡
⇒交通需要がOD間の交通サービス水準によって変化
⇒これをロジットモデルで表現したい！

▼四段階推定法
…発生・分布・分担…のプロセスは別々のモデルを使用
⇒理論的に一貫した一つのモデルで表したい！

今回紹介するモデル一覧

7.2 基本モデル

【UE/VD】:基本モデル(Beckmannモデル)

【UE/EX】:等価な需要固定型問題への変換

7.3 分担・配分統合モデル

【UE/MODE】①:分離型

〃　　②:各交通機関で相互干渉を考慮

【NLSUE/Mode】:Nested Logitモデルを使用

7.4 分布・配合統合モデル

【UE/DIST-SG】:片側制約つき(発生交通量のみ与件)

【UE/DIST-DB】:両側制約つき(発生・集中交通量が与件)

【NLSUE/Dest】:Nested Logitモデルを使用

7.5(1) 分布・分担・配合統合モデル

【UE/MODE/DIST】

▼分布・分担・配分統合モデル；四段階推定法の代替

7.2 基本モデル

需要変動モデルの基本
UE/VD : User Equilibrium with Variable Demand

- 需要固定型のUEでは，所要時間をコストとして取り扱っている

$$min. Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

t_a: リンクaの所要時間
(交通量q_{rs}の関数)

- rs間の交通需要(変動)： $q_{rs} = D_{rs}(c_{rs})$

$$\Leftrightarrow c_{rs} = D_{rs}^{-1}(q_{rs})$$

D_{rs}：需要関数の逆関数
c_{rs}減少⇒D_{rs}増加

$c_{rs} = min.\, c_{rs}^k$: 変動需要による最短経路の交通コスト

q_{rs}減少⇒D_{rs}^{-1}増加⇒ Z減少としたい！

負

UE/VD(需要変動型の基本モデル)

$$min. Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega - \sum_{r,s} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega$$

需要変動を表す

需要変動モデルの基本 UE/VD

UE/VD

$$min.\, Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) = \sum_{a\in A}\int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega - \sum_{r,s}\int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega)d\omega$$

f_{rs}^k:経路kの交通量
$\boldsymbol{f}$:f_{rs}^kのベクトル

x_a:リンクaの交通量
$\boldsymbol{x}$:x_aのベクトル

$subject\ to$

$\sum_k f_{rs}^k = q_{rs} \geq 0 \quad for\ all\ r,s,k$

$f_{rs}^k \geq 0 \quad for\ all\ r,s,k$

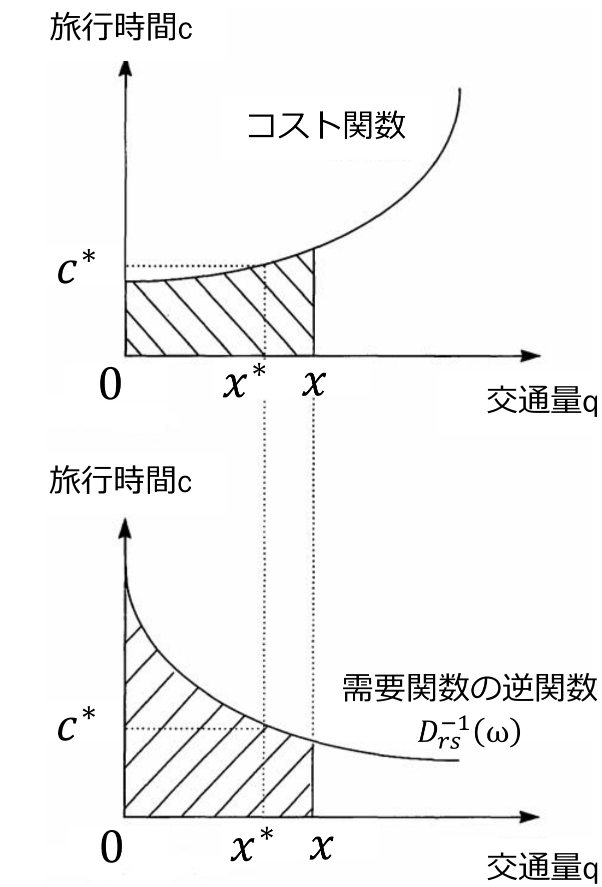
$x_a=\sum_{r,s}\sum_k \delta_{rs}^{a,k} f_{rs}^k \quad for\ all\ a,r,s,k$

$\delta_{rs}^{a,k} = \begin{cases} 1(使われる) \\ 0(使われない) \end{cases}$

$\boldsymbol{q}$:リンク合計交通量q_{rs}のベクトル

UE/VDの図形的な意味

$$min.\, Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega - \sum_{r,s} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega$$



$$C = \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

$min.\, Z$=**(上図面積)ー(下図面積)**

$$c_{rs} = \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega$$

交通ネットワークの均衡分析(土木学会)より

UE/VDの最適化条件

Lagrange関数：

$$L(\mathbb{f}, \mathbb{q}, \boldsymbol{\lambda}) = Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) + \sum_{r,s} \lambda_{rs}(q_{rs} - \sum_k f_{rs}^k)$$

Kuhn-Tucker条件

利用されている経路　：$f_{rs}^k \frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = 0 \ \rightarrow \ f_{rs}^k(c_{rs}^k(\mathbb{f}) - \lambda_{rs}) = 0$

$$q_{rs} \frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = 0 \ \rightarrow \ q_{rs}(\lambda_{rs} - D_{rs}^{-1}(q_{rs})) \geq 0$$

利用されていない経路：$\frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} \geq 0 \ \rightarrow \ c_{rs}^k(\mathbb{f}) - \lambda_{rs} \geq 0$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} \geq 0 \ \rightarrow \ \lambda_{rs} - D_{rs}^{-1}(q_{rs}) \geq 0$$

等価な需要固定型問題への変換 UE/EX

超過需要 $e_{rs} = \overline{q_{rs}} - q_{rs}$ ；rs間で考慮対象以外の交通手段を使う需要

rs間の需要上限(先に決める：固定)

変換して正にした

⇒ 需要固定型と同様に取り扱える！

UE/EX $\quad min. Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \sum_{r,s} \int_0^{e_{rs}} D_{rs}^{-1}(v) dv$

subject to

$$
\begin{aligned}
&\textstyle\sum_k f_{rs}^k + e_{rs} = \overline{q_{rs}} && for\ \ all\ \ r,s,k \\
&x_a = \textstyle\sum_{r,s} \sum_k \delta_{rs}^{a,k} f_{rs}^k && for\ \ all\ \ r,s,k \\
&f_{rs}^k \geq 0 && for\ \ all\ \ r,s,k \\
&e_{rs} \geq 0 && for\ \ all\ \ r,s
\end{aligned}
$$

7.3など
分担・配分統合モデル

分担・配分統合モデル(分離型) UE/MODE

(例)分担：自動車q_{rs}と公共交通q_{rs}^{tran}の二項選択モデル

＋配分：自動車の経路は複数，公共交通の経路は1つのみ

①分担

・rs間需要$\overline{q_{rs}} = q_{rs} + q_{rs}^{tran}$ は与件とする←ここでは分布交通量をモデルで説明しないため！

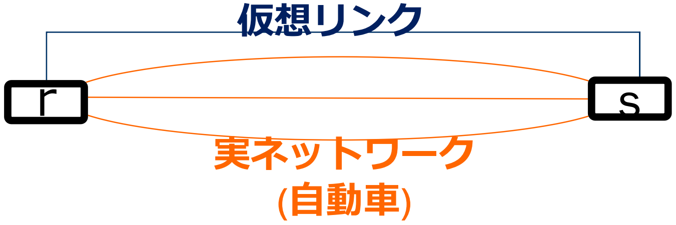
・公共交通は道路混雑に依存しない(リンクコスト一定)：鉄道など

・需要関数(2項ロジット) $q_{rs} = \overline{q_{rs}} \times \dfrac{\exp(-\theta c_{rs})}{\exp(-\theta c_{rs}^{tran})+\exp(-\theta c_{rs})}$

θ:パラメータ

②配分　　自動車は複数経路のうちコスト最小の経路を利用

⇒自動車は**仮想リンク**1本を考えればよい！



分担・配分統合モデル(分離型) UE/MODE

UE/MODE

$$min.Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}),\mathbb{q}) = \sum_{a\in A}\int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \frac{1}{\theta}\sum_{r,s}\int_0^{q_{rs}^{tran}}\left(\ln\left(\frac{\omega}{\overline{q_{rs}}-\omega}\right)+c_{rs}^{tran}\right)d\omega$$

$$q_{rs} = \overline{q_{rs}} \times \frac{1}{1+\exp\left(-\theta\left(c_{rs}^{tran}-c_{rs}\right)\right)}$$ (2項ロジット)

需要関数の逆関数：$c_{rs} = D_{rs}^{-1}(\omega) = \frac{1}{\theta}\ln(\frac{\overline{q_{rs}}-\omega}{\omega})+c_{rs}^{tran}$

$\overline{q_{rs}} = q_{rs} + q_{rs}^{tran}$を用いて積分変数を変換

subject to

$\sum_k f_{rs}^k + e_{rs} = \overline{q_{rs}}$

$f_{rs}^k \geq 0 \;\; for \;\; all \;\; \mathrm{r,s,k}$

$e_{rs} \geq 0 \;\; for \;\; all \;\; \mathrm{r,s}$

⇒UE/VDと同様

Kuhn-Tucker条件もUE/VDと同様

分担・配分統合モデル　UE/MODE (リンク間相互干渉あり)

(例)　・バス(公共交通)は自動車と同じく**道路混雑**に依存し,

・**リンク間相互干渉あり**(リンクコスト関数が非分離型)の場合

$$min.Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}),\mathbb{q}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \sum_{r,s}\int_0^{q_{rs}} \frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{\omega}{\bar{q}_{rs}-\omega}\right)d\omega + \underline{\sum_b \int_0^{x_b^{tran}} t_b^{tran}(\omega)d\omega}$$

混雑効果(公共交通)

このとき，Kuhn-Tucker条件は**各交通機関ごとに成立**

自動車: $f_{rs}^k\left(c_{rs}^k(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}) - c_{rs}\right) = 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

$c_{rs}^k(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}) - c_{rs} \ \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

公共交通: $f_{rs}^{tran,k}\left(c_{rs}^{tran,k}(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}) - c_{rs}^{tran}\right) = 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

$c_{rs}^{tran,k}(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}) - c_{rs}^{tran,k} \ \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

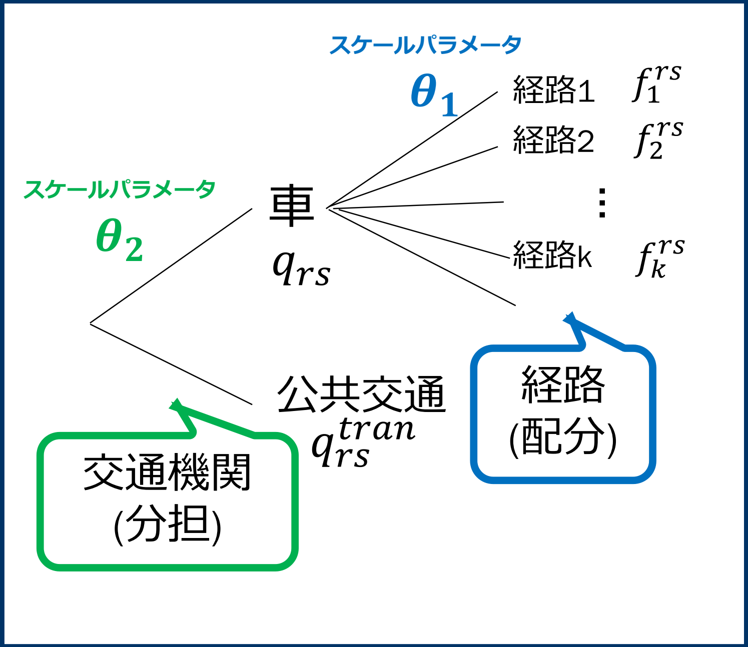
$c_k^{rs}(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}),\ \ c_{rs}^{tran,k}(\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran})$：交通コスト

→経路交通量ベクトル$\mathbb{f},\mathbb{f}^{tran}$の関数

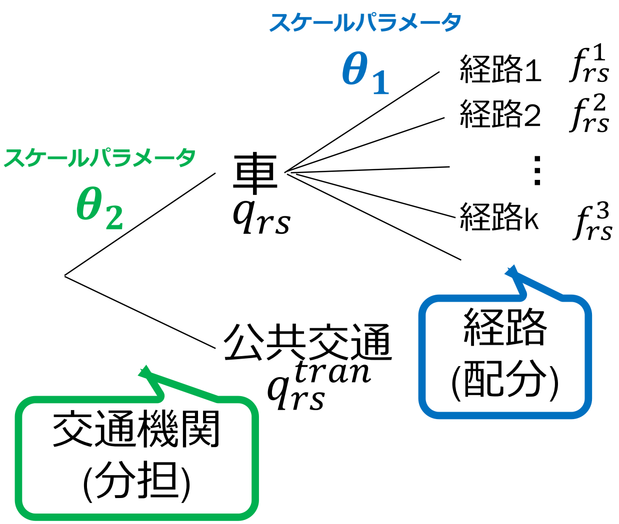
NLを用いたモデル

ここまで；伝統的な段階的交通需要推計法の統合
ここから；交通機関選択，経路選択などは
階層的な選択構造によるものであるとする
⇒Nested Logit モデルが使える

⇒経路kと交通機関との組み合わせが重要なので，
単に最小コストの経路(仮想リンク)のみ考えれば良い訳ではない！



分担・配分統合モデル(制約条件なし)



【例】車(経路別)と公共交通(経路1本)の選択

経路kの選択確率 : $\Pr[k/rs,auto] = \dfrac{\exp(-\theta_1 c_{rs}^{k})}{\sum_k \exp(-\theta_1 c_{rs}^{k})}$

自動車の〃 : $\Pr[auto/rs] = \dfrac{1}{1+\exp(-\theta_2(c_{rs}^{tran} - S_{rs}))}$

公共交通の〃 : $\Pr[tran/rs] = 1 - Pr\,[auto/rs]$

条件付確率

手段選択に関する車の期待最小費用(ログサム変数)

$$S_{rs} = -\frac{1}{\theta_1}\ln[\textstyle\sum_k \exp(-\theta_1 c_{rs}^{k})]$$

需要関数

経路kの交通量: $f_{rs}^{k} = q_{rs}\Pr\,[k/rs,auto]$

自動車全体の交通量: $q_{rs} = \overline{q_{rs}}\Pr\,[auto/rs]$

公共交通の交通量 : $q_{rs}^{tran} = 1 - q_{rs}[tran/rs]$

分担・配分統合モデル(制約条件なし) NLSUE/Mode

NLSUE/Mode

$$min.Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}),\mathbb{q},\mathbb{q}^{tran}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \sum_{r,s} c_{rs}^{tran} q_{rs}^{tran} + \underline{\frac{1}{\theta_1}\sum_{r,s}\sum_k f_{rs}^k ln\frac{f_{rs}^k}{q_{rs}}} + \underline{\frac{1}{\theta_2}\sum_{r,s}(q_{rs} ln\frac{q_{rs}}{\overline{q_{rs}}}} + \underline{q_{rs}^{tran} ln\frac{q_{rs}^{tran}}{\overline{q_{rs}}})}$$

エントロピーモデルの形

subject to

$$q_{rs} + q_{rs}^{tran} = \overline{q_{rs}} \quad for\ \ all\ \ r,s$$
$$\sum_k f_{rs}^k = q_{rs} \quad for\ \ all\ \ r,s,k$$
$$q_{rs} \geq 0\ ,\ q_{rs}^{tran} \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s$$
$$f_{rs}^k \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$$

エントロピーモデルの定義

確率分布$(p_1, p_2, \dots, p_n)$のエントロピーは

$$H = -\sum_k p_k log(p_k)$$

NLSUE/ModeのKuhn-Tucker条件

Lagrange関数

$$L(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}, \mathbb{q}^{tran}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = Z + \sum_{r,s} \lambda_{rs}\left(\overline{q_{rs}} - (q_{rs} + q_{rs}^{tran})\right) + \sum_{r,s} \mu_{rs}\left(q_{rs} - \sum_{rs} f_{rs}^{rs}\right)$$

$\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}$: Lagrange乗数

Kuhn-Tucker条件

配分

$$f_{rs}^{k} \frac{\partial L}{\partial f_{rs}^{k}} = f_{rs}^{k}\left(c_{rs}^{k}(f) + \frac{1}{\theta_1}\left(ln\frac{f_{rs}^{k}}{q_{rs}} + 1\right) - \mu_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r, s, k$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_{rs}^{k}} = c_{rs}^{k}(f) + \frac{1}{\theta_1}\left(ln\frac{f_{rs}^{k}}{q_{rs}} + 1\right) - \mu_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r, s, k$$

分担各交通機関ごと

$$q_{rs}\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = q_{rs}\left(c_{rs}^{tran} + \frac{1}{\theta_2}\left(ln\frac{q_{rs}^{tran}}{\overline{q_{rs}}} + 1\right) - \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r, s$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = c_{rs}^{tran} + \frac{1}{\theta_2}\left(ln\frac{q_{rs}^{tran}}{\overline{q_{rs}}} + 1\right) - \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r, s$$

$$q_{rs}^{tran}\frac{\partial L}{\partial q_{rs}^{tran}} = q_{rs}^{tran}\left(-\frac{1}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_2}\left(ln\frac{q_{rs}}{\overline{q_{rs}}} + 1\right) + \mu_{rs} - \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r, s$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}^{tran}} = -\frac{1}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_2}\left(ln\frac{q_{rs}}{\overline{q_{rs}}} + 1\right) + \mu_{rs} - \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r, s$$

7.4など
分布・配分統合モデル

分布・配分統合モデル(片側制約つき)

(例)分布：目的地は多数存在⇒選択行動は多項ロジットにより説明

＋配分：自動車・公共交通の区別なし

O_r: ノードrからの発生交通量(与件)：片側制約
※集中交通量は与件でない

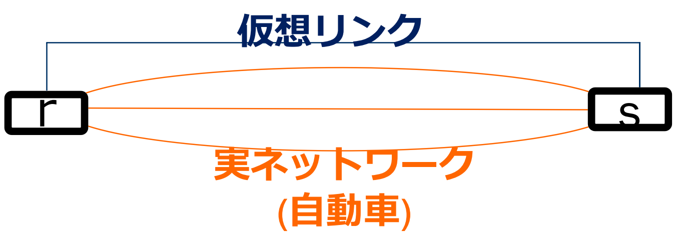
①分布

需要関数: $q_{rs} = D_{rs}(c_{rs}) = O_r \times \frac{\exp(-\theta c_{rs})}{\sum_s \exp(-\theta c_{rs})}$：修正重力モデルの形

$T_{ij} = G_i \frac{A_j k_{ij} f(d_{ij})}{\sum_j A_j k_{ij} f(d_{ij})}$の形

⇒四段階推定法の分布交通量予測と同様！

②配分



仮想リンク1本を考えればよい
(UE/MODEと同様)

分布・配分統合モデル(片側制約つき) UE/DIST-SG

UE/DIST-SG

$$min. Z(\mathbb{x}, \mathbb{q}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \underline{\frac{1}{\theta} \sum_{r,s} q_{rs}(ln q_{rs} - 1)}$$

$\boxed{-\sum_{r,s} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega より}$

$\boxed{\text{エントロピーモデルの形}}$

$$\boxed{\begin{array}{ll} subject\ to & \\ \sum_k f_{rs}^k = q_{rs} & for\ \ all\ \ \mathrm{r,s} \\ f_{rs}^k \quad \geq 0 & for\ \ all\ \ r,s,k \\ x_a = \sum_{r,s} \sum_k \delta_{rs}^{a,k} f_{rs}^k & for\ \ all\ \ a,r,s,k \\ \sum_s q_{rs} = O_r & for\ \ all\ \ r \\ q_{rs} \quad \geq 0 & for\ \ all\ \ r,s \end{array}}$$

分布・配分統合モデル(片側制約つき) UE/DIST-SG

Lagrange関数

$$L(\mathbb{f}, \mathbb{q}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) + \sum_{r,s} \lambda_{rs}\left(q_{rs} - \sum_k f_{rs}^k\right) + \underbrace{\sum_r \mu_r\left(O_r - \sum_s q_{rs}\right)}_{\text{片側制約}}$$

Kuhn-Tucker条件

$$f_{rs}^k \frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = f_k^{rs}\left(c_k^{rs}(\boldsymbol{f}) - \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ k, r, s$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = c_k^{rs}(\boldsymbol{f}) - \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ k, r, s$$

$$q_{rs} \frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = q_{rs}\left(\lambda_{rs} - \mu_r + \frac{1}{\theta} ln q_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r, s$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = \lambda_{rs} - \mu_r + \frac{1}{\theta} ln q_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r, s$$

分布・配分統合モデル(両側制約つき) UE/DIST-SG

$\sum_r q_{rs} = O_r$ ：ノードrからの発生交通量(与件)
$\sum_s q_{rs} = D_s$ ：ノードsへの集中交通量(与件)

両側制約

のとき，
$min. Z$ は先ほどと同様

Lagrange関数

$$L(\mathbb{f}, \mathbb{q}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}) + \sum_{r,s} \lambda_{rs}\left(q_{rs} - \sum_k f_{rs}^k\right) + \underbrace{\sum_r \mu_r\left(O_r - \sum_s q_{rs}\right) + \sum_s \nu_r\left(D_s - \sum_r q_{rs}\right)}_{\text{両側制約}}$$

Kuhn-Tucker条件

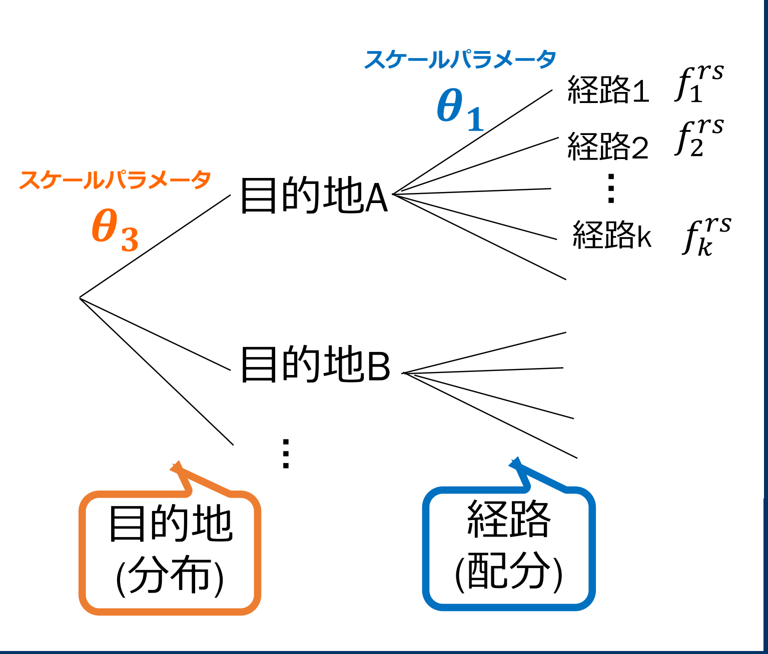
$$f_{rs}^k \frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = f_{rs}^k\left(c_{rs}^k(\mathbb{f}) - \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ k, r, s$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = c_{rs}^k(\mathbb{f}) - \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ k, r, s$$

$$q_{rs} \frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = q_{rs}\left(\lambda_{rs} - \mu_r - \nu_s + \frac{1}{\theta} ln q_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r, s$$

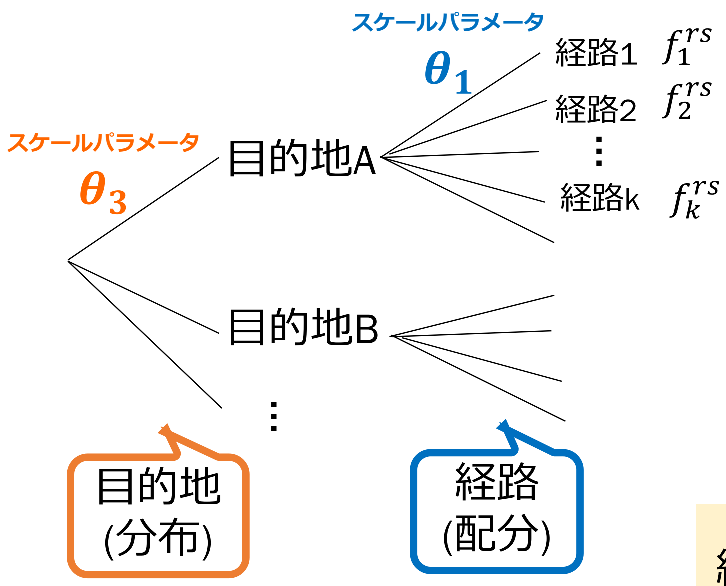
$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = \lambda_{rs} - \mu_r - \nu_s + \frac{1}{\theta} ln q_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r, s$$

NLを用いたモデル



スケールパラメータ
θ_1
経路1 f_1^{rs}
経路2 f_2^{rs}
⋮
経路k f_k^{rs}
スケールパラメータ
θ_3
目的地A
目的地B
⋮
目的地
(分布)
経路
(配分)

分布・配分統合モデル(片側制約つき) NLSUE/Dest



目的地別・経路別の交通量を算出する.
ODペアrsと経路kによる効用は

$$U(rs,k) = U(rsk) + U(rs)$$

ODペアrsと経路kの組み合わせによる効用

ODペアrsごとの経路kに依らない効用

経路 k の選択確率 : $\Pr[k/rs] = \dfrac{\exp(-\theta_1 c_{rs}^k)}{\sum_k \exp(-\theta_1 c_{rs}^k)}$

目的地 r の選択確率: $\Pr[r/s] = \dfrac{\exp[-\theta_3(C_{rs}+S_{rs})]}{\sum_s \exp[-\theta_3(C_{rs}+S_{rs})]}$

C_{rs} : ODペアrs間の経路によらない費用(与件)
S_{rs} : OD間の経路選択に関する期待最小費用(ログサム変数)

$$S_{rs} = -\frac{1}{\theta_1}\ln[\textstyle\sum_k \exp\left(-\theta_1 c_{rs}^k\right)]$$

分布・配分統合モデル(片側制約つき) NLSUE/Dest

NLSUE/Dest

$$\min. Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q})$$
$$= \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \frac{1}{\theta_1}\sum_{rs}\sum_k f_k^{rs} \ln \frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} + \frac{1}{\theta_3}\sum_{r,s} q_{rs} \ln \frac{q_{rs}}{O_r} + \underline{\sum_{r,s} C_{rs} q_{rs}}$$

経路によらない費用
C_{rs}の項

subject to

$\sum_s q_{rs} = O_r \quad for\ \ all\ \ r,s$

$\sum_k f_{rs}^k = q_{rs} \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

$f_{rs}^k \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s,k$

$q_{rs} \geq 0 \quad for\ \ all\ \ r,s$

需要関数

経路kの交通量	: $f_{rs}^k = q_{rs}\mathrm{Pr}\ [\mathrm{k/rs}]$
目的地rへの集中交通量:	$q_{rs} = O_r \mathrm{Pr}\ [\mathrm{r/s}]$

O_r:発生交通量(与件)

7.5
分布・分担・配分統合モデル

分布・分担・配分統合モデル UE/MODE/DIST

(例)

①分布：目的地は多数存在⇒多項ロジット

$$q_{rs} = D_{rs}(c_{rs}) = O_r \times \frac{\exp(-\theta c_{rs})}{\sum_s \exp(-\theta c_{rs})}$$

②分担：公共交通と自動車の二項ロジット

公共交通と車の相互干渉作用なし(分離型)

$$q_{rs}^{auto} = \overline{q_{rs}} \times \frac{\exp(-\theta c_{rs}^{auto})}{\exp(-\theta c_{rs}^{tran}) + \exp(-\theta c_{rs}^{auto})}$$

③配分：自動車は仮想リンク1本を考える

統合

全OD交通量を決定するための条件

$$q_{rs}^{auto} + q_{rs}^{tran} = O_r \times \frac{\exp(-\theta c_{rs}^{auto}) + \exp(-\theta c_{rs}^{tran})}{\sum_s (\exp(-\theta c_{rs}^{auto}) + \exp(-\theta c_{rs}^{tran}))}$$

- リンク交通量: $x_a = \sum_k \sum_{r,s} \delta_{rs}^{a,k} f_{rs}^k + \underline{x_a^{tran}}$

バスの換算台数

(乗用車に換算したバスの交通量)

分布・分担・配分統合モデル UE/MODE/DIST

UE/MODE/DIST

$$min.\,Z(\mathbb{x},\mathbb{q}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \frac{1}{\theta}\sum_{r,s} q_{rs} ln q_{rs} + \frac{1}{\theta}\sum_{r,s} q_{rs}{}^{tran} ln q_{rs}{}^{tran} + \sum_{r,s} c_{rs}{}^{tran} q_{rs}{}^{tran}$$

Kuhn-Tucker条件

$$f_{rs}^k \frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = f_{rs}^k\left(\sum_a \delta_{rs}^{a,k}\, t_a(x_a) - \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r,s$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_{rs}^k} = \sum_a \delta_{rs}^{a,k}\, t_a(x_a) - \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r,s$$

$$q_{rs}\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = q_{rs}\left(-\frac{1}{\theta} - \frac{ln q_{rs}}{\theta} + \alpha_r + \lambda_{rs}\right) = 0 \qquad for\ all\ r,s$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = -\frac{1}{\theta} - \frac{ln q_{rs}}{\theta} + \alpha_r + \lambda_{rs} \geq 0 \qquad for\ all\ r,s$$

$$q_{rs}^{tran}\frac{\partial L}{\partial q_{rs}^{tran}} = q_{rs}^{tran}\left(-\frac{1}{\theta} - \frac{ln q_{rs}^{tran}}{\theta} + \alpha_r + \lambda_{rs}^{tran}\right) = 0 \quad for\ all\ r,s$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}^{tran}} = -\frac{1}{\theta} - \frac{ln q_{rs}^{tran}}{\theta} + \alpha_r + \lambda_{rs}^{tran} \geq 0 \quad for\ all\ r,s$$

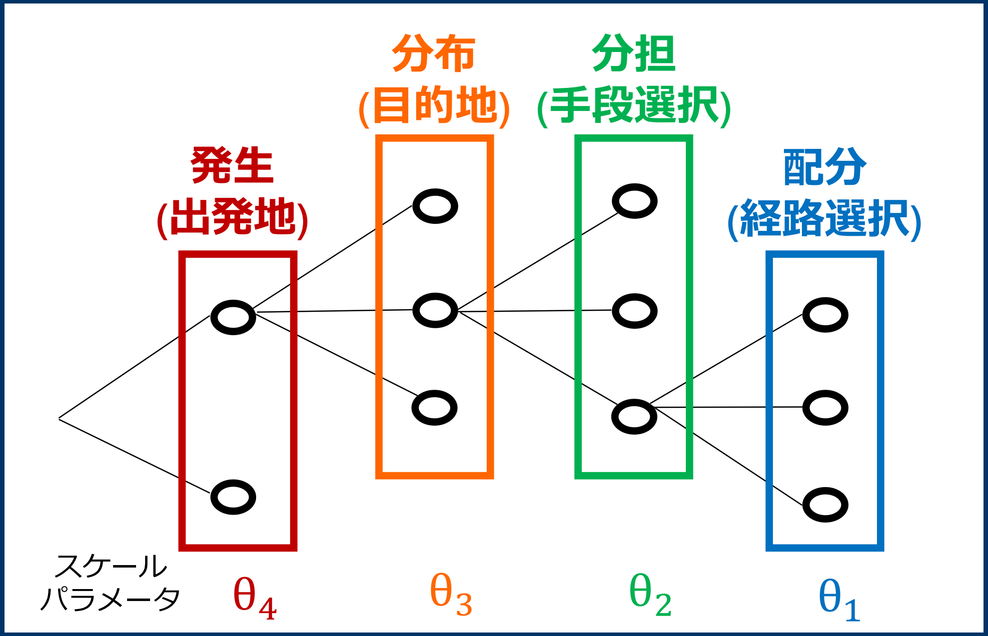
α_r:発生交通量制約に関するLagrange乗数

λ_{rs}:車の経路交通量条件に対するLagrange乗数

λ_{rs}^{tran}:公共交通の経路交通量条件に対するLagrange乗数

$c_{rs}{}^{tran}$:rs間の公共交通による最小コスト

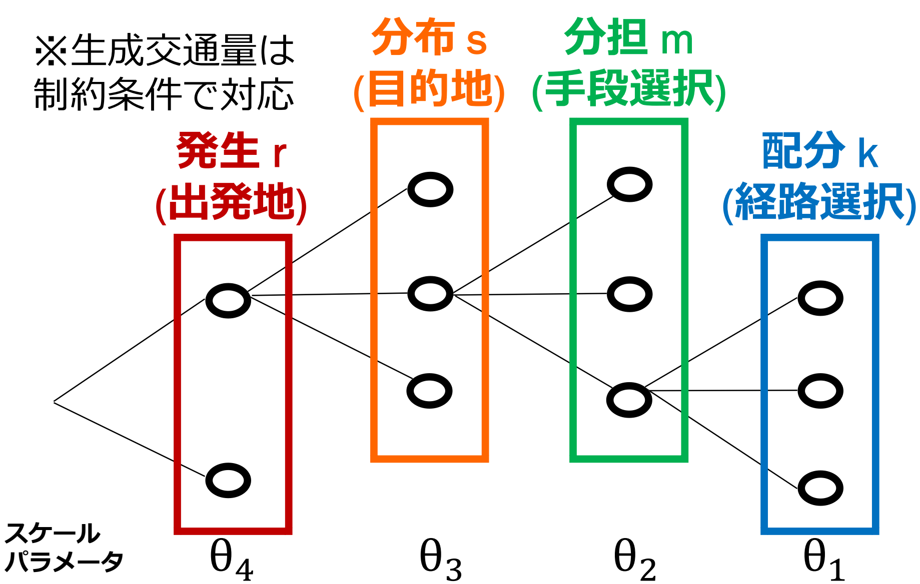
番外編：NLを用いて4段階を統合



NLを用いた四段階の統合

各段階の選択確率は…

配分(経路)	$P_r[\mathrm{k/r,s,m}] = \dfrac{\exp(-\theta_1 c_{k,m}^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta_1 c_{k,m}^{rs})}$	$for\ all\ k, m, s, r$
分担(手段)	$P_r[\mathrm{m/r,s}] = \dfrac{\exp[-\theta_2(\mathrm{C}_m^{rs} + S_m^{rs})]}{\sum_m \exp[-\theta_2(\mathrm{C}_m^{rs} + S_m^{rs})]}$	$for\ all\ m, s, r$
分布(目的地)	$P_r[\mathrm{r/s}] = \dfrac{\exp[-\theta_3(C_{rs} + S_{rs})]}{\sum_s \exp[-\theta_3(C_{rs} + S_{rs})]}$	$for\ all\ s, r$
発生(出発地)	$P_r[\mathrm{r}] = \dfrac{\exp[-\theta_4(C_r + S_r)]}{\exp[-\theta_4(C_r + S_r)] + \exp(-\theta_4 R_r)}$	$for\ all\ r$



【固有の費用】

$c_{k,m}^{rs}$:rs間でm番目の手段によるk番目経路の交通費用
(ネットワークの混雑水準により変化)

C_m^{rs}:rs間の手段mに固有の費用(固定)

C_{rs}:ODペアrs間に固有の費用(固定)

C_r:発生地rにおいてトリップ固有の費用(固定)

R_r:発生地rにおいてトリップしない費用(固定)

【期待最小費用(ログサム変数)】

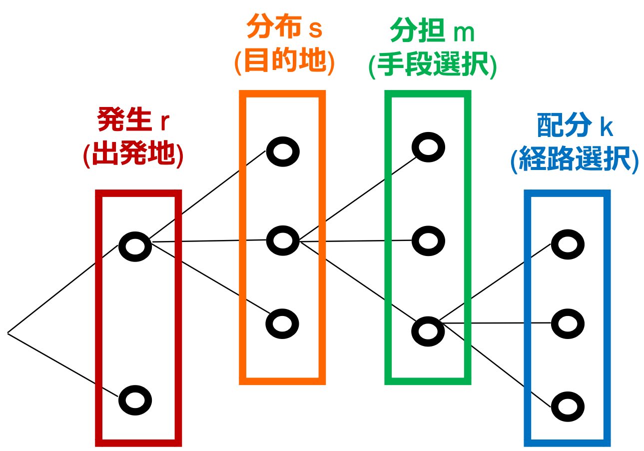
$S_m^{rs} = -\frac{1}{\theta_1}\ln(\sum_k \exp(-\theta_1 c_{m,k}^{rs}))$:経路選択に関する

$S_{rs} = -\frac{1}{\theta_2}\ln(\sum_m \exp(-\theta_2(C_m^{rs} + S_m^{rs}))$:手段選択

$S_r = -\frac{1}{\theta_3}\ln(\sum_s \exp(-\theta_3(C_{rs} + S_{rs}))$:目的地選択

NLを用いた四段階の統合

$$\min. Z(\mathbb{x}(\mathbb{f}), \mathbb{q}, \mathbb{O})$$
$$= \sum_m \sum_a \int_0^{x_a} t_a^m(\omega)d\omega + \sum_{r,s} \sum_m C_{rs}^m q_{rs}^m + \sum_{r,s} C_{rs} q_{rs} + \sum_r O_r (C_r - R_r)$$
$$+ \frac{1}{\theta_1} \sum_{rs} \sum_m \sum_k f_{rs}^{m,k} \ln \frac{f_{rs}^{m,k}}{q_{rs}^m} + \frac{1}{\theta_2} \sum_{r,s} \sum_m q_{rs}^m \ln \frac{q_{rs}^m}{q_{rs}} + \frac{1}{\theta_3} \sum_{r,s} q_{rs} \ln \frac{q_{rs}}{O_r} + \frac{1}{\theta_4} \sum_r O_r \ln \frac{O_r}{T_r}$$



subject to

$\sum_s q_{rs} = O_r$	$for\ \ all$	r, s
$\sum_m q_{rs}^m = q_{rs}$	$for\ \ all$	r, s, m
$\sum_k f_{rs}^{m,k} = q_{rs}^m$	$for\ \ all$	r, s, m, k
$f_{rs}^{m,k} \geq 0$	$for\ \ all$	r, s, m, k
$q_{rs}^m \geq 0$	$for\ \ all$	r, s, m
$q_{rs} \geq 0$	$for\ \ all$	r, s
$T_r \geq O_r \geq 0$	$for\ \ all$	r

$\sum_r q_{rs} = O_r$：ノードrからの発生交通量(与件)

T_r : 発生地rから発生しうる交通の上限