

基礎ゼミ5

MNLの導出とパラメータ推定

平成30年5月14日(月)

福田研究室 修士1年生

室 祥太郎

- ◆ 多項ロジットモデルの復習
- ◆ 多項ロジットモデルの推定
- ◆ Rを用いた演習
- ◆ 参考文献

復習の前に

◆横浜市内の移動



電車



バス



自動車



バイク



徒歩

◆どの交通手段で移動する？

➤それぞれの交通手段の効用を算出

例えば, , 電車:25 バス:15 自動車:10 バイク:5 徒歩:20

➤意思決定者は最も大きい効用の選択肢を選ぶ

- ◆意思決定者が選択をする際には「**効用**」を基準とする.
- ◆効用とは選択肢の持つ**望ましさ**を意味しており, 最も大きい効用の選択肢を選ぶ. (効用最大化理論)
- ◆誤差項を用いて効用を確率的に表現した確率的選択行動を記述している.

選択肢*i*の効用

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$

選択肢*i*の確定項

観測可能な効用の構成要素
e.g. 料金, 所要時間, 個人属性

選択肢*i*の誤差(ランダム項)

- ・非観測属性
- ・測定誤差
- ・情報の不完全性

効用関数の特定化

$$V_{train} = ASC_{train} + \beta_{time} TIME_{train} + \beta_{male} MALE$$

$$V_{bus} = ASC_{bus} + \beta_{time} TIME_{bus} +$$

$$V_{walk} = + \beta_{time} TIME_{walk} +$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**同じ**)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**違う**)

効用関数の特定化

$$\begin{aligned}
 V_{train} &= ASC_{train} + \beta_{time} TIME_{train} + \beta_{male} MALE \\
 V_{bus} &= ASC_{bus} + \beta_{time} TIME_{bus} + \\
 V_{walk} &= + \beta_{time} TIME_{walk} +
 \end{aligned}$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**同じ**)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**違う**)

効用関数の特定化

$$\begin{aligned}
 V_{train} &= ASC_{train} + \beta_{time} TIME_{train} + \beta_{male} \text{MALE} \\
 V_{bus} &= ASC_{bus} + \beta_{time} TIME_{bus} + \\
 V_{walk} &= + \beta_{time} TIME_{walk} +
 \end{aligned}$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**同じ**)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**違う**)

効用関数の特定化

$$\begin{aligned}
 V_{train} &= ASC_{train} + \beta_{time} TIME_{train} + \beta_{male} MALE \\
 V_{bus} &= ASC_{bus} + \beta_{time} TIME_{bus} + \\
 V_{walk} &= + \beta_{time} TIME_{walk} +
 \end{aligned}$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は同じ)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は違う)

効用関数の特定化

$$\begin{aligned}
 V_{train} &= ASC_{train} + \beta_{time_1} TIME_{train} + \beta_{male} MALE \\
 V_{bus} &= ASC_{bus} + \beta_{time_2} TIME_{bus} + \\
 V_{walk} &= + \beta_{time_3} TIME_{walk} +
 \end{aligned}$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は同じ)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は違う)

効用関数の特定化

$$\begin{aligned}
 V_{train} &= ASC_{train} + \beta_{time} TIME_{train} + \beta_{male} MALE \\
 V_{bus} &= ASC_{bus} + \beta_{time} TIME_{bus} + \\
 V_{walk} &= + \beta_{time} TIME_{walk} +
 \end{aligned}$$

変数の選択

- **定数項**: 説明変数では表現しきれない選択肢固有の効用値, 選択肢固有のパラメータと解釈できる
- **サービスレベル変数(LOS)**: 選択肢毎に定義される変数で, 選択肢間で値が変化する(ex 料金, 所要時間)
- **社会経済変数(SE)**: 選択肢に依存しない変数で, 選択肢間で値が変化しない(ex 性別, 年齢, 免許の有無)

係数の設定

- **選択肢共通変数**: 選択肢間で共通のパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**同じ**)
- **選択肢固有係数**: 選択肢間で異なるパラメータを設定(鉄道とバスで時間の係数は**違う**)

- ◆意思決定者が選択をする際には「**効用**」を基準とする.
- ◆効用とは選択肢の持つ**望ましさ**を意味しており, 最も大きい効用の選択肢を選ぶ. (効用最大化理論)
- ◆誤差項を用いて効用を確率的に表現した確率的選択行動を記述している.

選択肢*i*の効用

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$

選択肢*i*の確定項

観測可能な効用の構成要素
e.g. 料金, 所要時間, 個人属性

選択肢*i*の誤差(ランダム項)

- ・非観測属性
- ・測定誤差
- ・情報の不完全性

選択確率の算出

- ◆ 個人 n が選択肢 j を選択する確率 $P_n(i)$ を算出する

$$P_n(i) = \Pr\{U_{in} \geq U_{jn}, \text{ for } \forall j, i \neq j\}$$

- ◆ 誤差項をガンベル分布と仮定すると、ロジットモデルが導出される.

$$P_n(i) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in c} \exp(\mu V_j)}$$

- ◆ 誤差項を正規分布と仮定すると、プロビットモデルが導出される

- 多重積分が必要なため、計算が大変

- ◆ パラメータは最尤推定法によって推定

データ概要(その1)

- ◆横浜で行われたプローブパーソン調査データ(以下PPデータ)を使用
- ◆本調査では計50名のモニターから全3868件のトリップを取得

	A	B	C	D	E
1	基礎データ				
2	トリップID	モニターID	目的コード	目的	出発日時
3	255461	yd021	800	散歩・回遊	2009/10/3
4	256674	yd027	500	買い物	2009/11/1
5	255291	yd025	400	業務	2009/10/2
6	256382	yd021	100	出勤	2009/11/1
7	257459	yd028	700	娯楽	2009/11/2
8	257040	yd025	600	食事	2009/11/1

行毎にそれぞれのトリップIDの
情報について書かれている

Y	Z	AA	AB
個人属性など			
年齢	性別コード	性別	自宅位置
46	1	男	神奈川県茅ヶ崎市
38	1	男	東京都世田谷区
39	2	女	神奈川県横浜市栄区
46	1	男	神奈川県茅ヶ崎市
37	1	男	神奈川県横浜市旭区
39	2	女	神奈川県横浜市栄区

トリップIDの個人属性

データ概要(その2)

AC	AD	AE
選択結果		
代表交通手段コード	代表交通手段	選択結果時間
410	自転車	108
200	鉄道	55.3
200	鉄道	38.6
200	鉄道	49.8
200	鉄道	76.2
200	鉄道	11.2

どの交通手段を選んだか

AF	AG	AH
自家用車(100)		
代替手段生成可否car	距離car	所要時間car
1	26051	46.2
1	25494	45.6
1	13775	35.7
1	30728	55
1	54540	77.7
1	1555	5

選んでいない交通手段も含め、所要時間や費用が記載されている

AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS
鉄道(200)										
代替手段生成可否train	所要時間train	費用train	出発駅	到着駅	乗換回数train	アクセス距離train	アクセス時間train	イグレス距離train	イグレス時間train	総所要時間train
0	50	570	藤沢本町	中山	3	0	0	0	0	0
1	40	440	関内	学芸大学	1	450	5.4	817	9.9	55.3
1	18	210	港南台	関内	0	1320	16.8	311	3.8	38.6
1	37	570	茅ヶ崎	関内	1	717	9	313	3.8	49.8
1	72	3660	二俣川	箱根板橋	4	258	3.1	87	1.1	76.2
1	2	200	関内	桜木町	0	382	4.6	394	4.6	11.2

データファイルの読み込み

データの行数を調べる

読み込むデータを指定

```
###データファイルの読み込み  
Data <- read.csv("C:/Users/s.muro/Dropbox (fukudalab-tokyo/tech)/Data_Clean_English.csv",header=TRUE)  
##データの行数(サンプル数)を数える  
hh <- nrow(Data)#nosにサンプル数を代入  
##パラメータの初期値設定, 0ベクトル  
b0 <- numeric(5)#パラメータ5個あるから5
```

“¥”ではなく“/”であることに注意

要素が0のベクトルを作成する
c(0,0,0,0,0)

尤度関数の定義, 初期値の設定

Function関数で尤度関数を定義する
※function関数の例

```
a <- function(x){x+5}
a(2)でまわすと7が出る
```

```
fr <- function(x) {
  ###パラメータの宣言###
  ## 定数項
  b1 <- x[1]
  b2 <- x[2]
  b3 <- x[3]
  b4 <- x[4]

  ## 所要時間
  d1 <- x[5]

  ## 対数尤度のための変数を宣言
  LL = 0
```

変数の定義

尤度をLLと定義し、
初期値を0に

$$V_{train} = ASC_{train} + \beta_{time} * TIME_{train}$$

$$V_{bus} = ASC_{bus} + \beta_{time} * TIME_{bus}$$

$$V_{car} = ASC_{car} + \beta_{time} * TIME_{car}$$

$$V_{bike} = ASC_{bike} + \beta_{time} * TIME_{bike}$$

$$V_{walk} = \beta_{time} * TIME_{walk}$$

```
          #代替手段生成可否          # 時間          # 定数項
train <- Data$ModeAvailableTrain*exp(d1*Data$TotalTimeTrain/100 +b1*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
bus   <- Data$ModeAvailableBus   *exp(d1*Data$TotalTimeBus/100 +b2*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
car   <- Data$ModeAvailableCar   *exp(d1*Data$TimeCar/100 +b3*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
bike  <- Data$ModeAvailableBike  *exp(d1*Data$TimeBike/100 +b4*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
walk  <- Data$ModeAvailablewalk  *exp(d1*Data$Timewalk/100 )
```

効用関数の定義

```

#代替手段生成可否          # 時間          # 定数項
train <- Data$ModeAvailableTrain*exp(d1*Data$TotalTimeTrain/100 +b1*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
bus   <- Data$ModeAvailableBus  *exp(d1*Data$TotalTimeBus/100  +b2*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
car   <- Data$ModeAvailableCar  *exp(d1*Data$TimeCar/100        +b3*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
bike  <- Data$ModeAvailableBike *exp(d1*Data$TimeBike/100       +b4*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
walk  <- Data$ModeAvailablewalk *exp(d1*Data$Timewalk/100 )

```

◆時間については，説明変数のおよそのケタを揃えて推定計算を安定させるため，100で割り100分を単位として変数をとる。（スケーリング）

◆代替手段生成可否

➤例えば，バスルートが見つからない等の理由でそもそもバスが使えない場合，0となっている。

	AZ	BA	BB	BC	BI
					バス(240)
代替手段生成可否bus	距離bus	所要時間bi	費用bus	アクセ	
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	

選択確率の導出

各交通機関の選択確率, 例えば鉄道の場合は,

$$P_{train} = \frac{e^{V_{train}}}{e^{V_{train}} + e^{V_{bus}} + e^{V_{car}} + e^{V_{bike}} + e^{V_{tike}}}$$

```
###選択確率の計算
```

```
##分母となる各々のEXP(v)の和を作る
```

```
deno <- (car + train + bus + bike + walk)
```

```
## それぞれ計算する
```

```
Ptrain <- Data$ModeAvailableTrain*(train / deno)
```

```
Pbus <- Data$ModeAvailableTrain *(bus / deno)
```

```
Pcar <- Data$ModeAvailableCar *(car / deno)
```

```
Pbike <- Data$ModeAvailableBike *(bike / deno)
```

```
Pwalk <- Data$ModeAvailablewalk *(walk / deno)
```

選択確率の補正

◆ 選択確率の補正

```
## 選択確率の補正
```

```
Ptrain <- (Ptrain!=0)*Ptrain + (Ptrain==0)
Pbus    <- (Pbus!=0)*Pbus    + (Pbus==0)
Pcar    <- (Pcar !=0)*Pcar    + (Pcar ==0)
Pbike   <- (Pbike !=0)*Pbike  + (Pbike ==0)
Pwalk   <- (Pwalk!=0)*Pwalk  + (Pwalk ==0)
```

Ptrain が0 でなかったらそのままPtrainを, Ptrain が0 であれば1を Ptrain に代入するような処理

◆ 選択結果の数値換算

```
## 選択結果
```

```
Ctrain <- Data$MainModeENG == "Rail"
Cbus   <- Data$MainModeENG == "Bus"
Ccar   <- Data$MainModeENG == "Car"
Cbike  <- Data$MainModeENG == "Bicycle"
Cwalk  <- Data$MainModeENG == "walk"
```

代表交通手段の列が「鉄道」である行には1を, そうでない行には0を出力し, Ctrain に代入する.

◆ 対数尤度関数の定義

```
## 対数尤度関数(ここを後に最大化する)
```

```
LL <- colSums(Ctrain*log(Ptrain) + Cbus*log(Pbus) +
              Ccar *log(Pcar)   + Cbike *log(Pbike) +Cwalk *log(Pwalk))
```

対数尤度関数の最大化

```
##### 対数尤度関数の最大化#####
```

```
##尤度を最大化する係数の推定，パラメータ値の最適化
```

```
res <- optim(b0,fr,gr=NULL, method = "Nelder-Mead", hessian = TRUE, control=list(fnscale=-1))
```

Optim・・・最適化関数

対数尤度関数(fr)を最適化(尤度を最大化)するパラメータを求める

```
> ##### 結果の出力 #####
```

```
> print(res)
```

```
$par
[1] 0.6094431 -1.7053668 -1.5367356 -1.3186491 -11.1276633
```

```
$value
[1] -1283.725
```

```
$counts
function gradient
      396          NA
```

```
$convergence
[1] 0
```

```
$message
NULL
```

```
$hessian
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] -174.135203  7.4149731 119.001294  28.149800 -24.5266351
[2,]  7.414973 -33.6138868  9.242299  7.542625  0.4983249
[3,] 119.001294  9.2422988 -228.143895  56.309560  26.1743460
[4,]  28.149800  7.5426252  56.309560 -152.676188  6.9525599
[5,] -24.526635  0.4983249  26.174346  6.952560 -8.2540995
```

\$par

パラメータの最適解の値

\$value

最大尤度

\$message

エラーのありなし，NULLなら無し

\$hessian

ヘッセ行列(t値の計算に必要)

t値の算出

```
## パラメータ推定値，ヘッセ行列
b   <- res$par
hhh <- res$hessian
```

```
## t値の計算
tval <- b/sqrt(-diag(solve(hhh)))
```

solve・・・ヘッセ行列の逆行列を計算し，分散共分散行列を算出

```
> x<-(-solve(hhh))
> x
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 0.013214769 0.005523189 0.006589511 0.004490510 -0.01425532
[2,] 0.005523189 0.034615038 0.007466681 0.006143947 0.01453047
[3,] 0.006589511 0.007466681 0.013651477 0.008026810 0.03092132
[4,] 0.004490510 0.006143947 0.008026810 0.011657211 0.02230026
[5,] -0.014255317 0.014530470 0.030921322 0.022300258 0.28122573
```

diag・・・行列の対角成分を抽出

```
> y<-diag(x)
> y
[1] 0.01321477 0.03461504 0.01365148 0.01165721 0.28122573
```

sqrt・・・平方根の計算


```
> z<-sqrt(y)
> z
[1] 0.1149555 0.1860512 0.1168395 0.1079686 0.5303072
```

最尤推定量を標準偏差で割ることでt値を算出

```
> b/z
[1] 5.301556 -9.166117 -13.152531 -12.213269 -20.983429
```

結果の出力

```
> ## 初期尤度
> print(L0)
[1] -2134.288
> ## 最終尤度
> print(LL)
[1] -1283.725
> ## $p^2$ 値
> print((L0-LL)/L0)
[1] 0.398523
> ## 修正済 $p^2$ 値
> print((L0-(LL-length(b)))/L0)
[1] 0.3961803
> ##パラメータ推定値
> print(b)
[1] 0.6094431 -1.7053668 -1.5367356 -1.3186491 -11.1276633
> ## t値
> print(tval)
[1] 5.301556 -9.166117 -13.152531 -12.213269 -20.983429
```



MaxLik関数

Optim関数ではうまく計算できない場合がある.

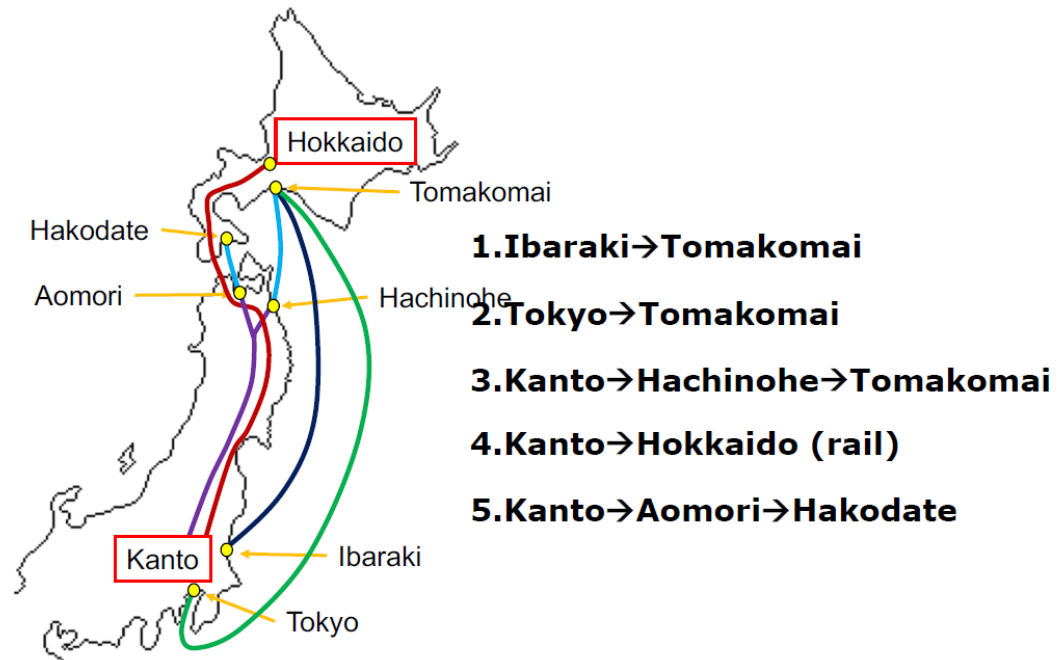
➤ maxLik関数の使用.

パッケージmaxLikをインストールしないと使えない.

Optimと同じRの最適化関数.

➤ 東京北海道間における
貨物輸送のMNLの例

Data is freight modal choice between Kanto & Hokkaido



「東京大学羽藤研究室webページ」<http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/kaken/>

社団法人交通工学研究会編(平成7年): やさしい非集計分析

◆ダミー変数加えよ.

```

###データファイルの読み込み
Data <- read.csv("C:/Users/s.muro/Dropbox (fukudalab-tokyotech)/seminar/5_data/Data_Clean_English.csv",header=TRUE)
##データの行数(サンプル数)を数える
hh <- nrow(Data)#nosにサンプル数を代入
##パラメータの初期値設定, 0ベクトル
b0 <- numeric(6)#パラメータ5個あるから5

fr <- function(x) {
  ###パラメータの宣言###
  ## 定数項
  b1 <- x[1]
  b2 <- x[2]
  b3 <- x[3]
  b4 <- x[4]

  ## 所要時間とダミー
  d1 <- x[5]
  d2 <- x[6]

  ## 対数尤度のための変数を宣言
  LL = 0

  ## 効用の計算
  #代替手段生成可否          # 時間
  train <- Data$ModeAvailableTrain*exp(d1*Data$TotalTimeTrain/100
  bus    <- Data$ModeAvailableBus   *exp(d1*Data$TotalTimeBus/100
  car    <- Data$ModeAvailableCar   *exp(d1*Data$TimeCar/100
  bike   <- Data$ModeAvailableBike  *exp(d1*Data$TimeBike/100
  walk   <- Data$ModeAvailablewalk  *exp(d1*Data$Timewalk/100 )

  # 定数項
  +b1*matrix(1,nrow =hh,ncol=1) + d2*Data$Male)
  +b2*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
  +b3*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
  +b4*matrix(1,nrow =hh,ncol=1))
}

```

$$P_n(i) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

◆結果の出力

```
> ## 初期尤度
> print(L0)
[1] -2134.288
> ## 最終尤度
> print(LL)
[1] -1277.05
> ## $p^2$ 値
> print((L0-LL)/L0)
[1] 0.4016506
> ## 修正済 $p^2$ 値
> print((L0-(LL-length(b)))/L0)
[1] 0.3988394
> ##パラメータ推定値
> print(b)
[1] 0.2035686 -1.6390619 -1.4965317 -1.2842094 -11.1838889 0.6139090
> ## t値
> print(tval)
[1] 1.197659 -8.947747 -12.792220 -11.894110 -20.886654 3.439789
```

- ◆ サービスレベル変数に費用を入れよ.

◆ サービスレベル変数に費用を入れよ.

```
### Multinomial Logit model estimation

### データファイルの読み込み
Data <- read.csv("C:/Users/s.muro/Dropbox (fukudalab-tokyotech)/seminar/5_data/Data_Clean_English.csv", header=TRUE)
## データの行数(サンプル数)を数える
hh <- nrow(Data) # nos にサンプル数を代入
## パラメータの初期値設定, 0ベクトル
b0 <- numeric(6) # パラメータ5個あるから5

fr <- function(x) {
  ### パラメータの宣言 ###
  ## 定数項
  b1 <- x[1]
  b2 <- x[2]
  b3 <- x[3]
  b4 <- x[4]

  ## 所要時間と費用
  d1 <- x[5]
  d2 <- x[6]

  ## 対数尤度のための変数を宣言
  LL = 0

  ## 効用の計算
  # 代替手段生成可否          # 時間
  train <- Data$ModeAvailableTrain * exp(d1 * Data$TotalTimeTrain / 100
  bus    <- Data$ModeAvailableBus   * exp(d1 * Data$TotalTimeBus / 100
  car    <- Data$ModeAvailableCar   * exp(d1 * Data$TimeCar / 100
  bike   <- Data$ModeAvailableBike  * exp(d1 * Data$TimeBike / 100
  walk   <- Data$ModeAvailableWalk  * exp(d1 * Data$TimeWalk / 100 )

  # 定数項
  + b1 * matrix(1, nrow = hh, ncol = 1) + d2 * Data$FareTrain / 100
  + b2 * matrix(1, nrow = hh, ncol = 1) + d2 * Data$FareBus / 100
  + b3 * matrix(1, nrow = hh, ncol = 1)
  + b4 * matrix(1, nrow = hh, ncol = 1)
}
```

◆結果の出力

```
> ## 初期尤度
> print(L0)
[1] -2134.288
> ## 最終尤度
> print(LL)
[1] -1290.542
> ## $\rho^2$ 値
> print((L0-LL)/L0)
[1] 0.395329
> ## 修正済 $\rho^2$ 値
> print((L0-(LL-length(b)))/L0)
[1] 0.3925178
> ##パラメータ推定値
> print(b)
[1] 0.481248939 -2.017386895 -1.549937068 -1.362831452 -12.013887923 0.002739129
> ## t値
> print(tval)
[1] 3.15111219 -9.32111533 -13.18346995 -12.49253589 -20.69721567 0.08680799
```